Descubriendo el teorema de Pitágoras

Revisemos la <u>infografía</u> de esta situación:
“Teorema de Pitágoras”

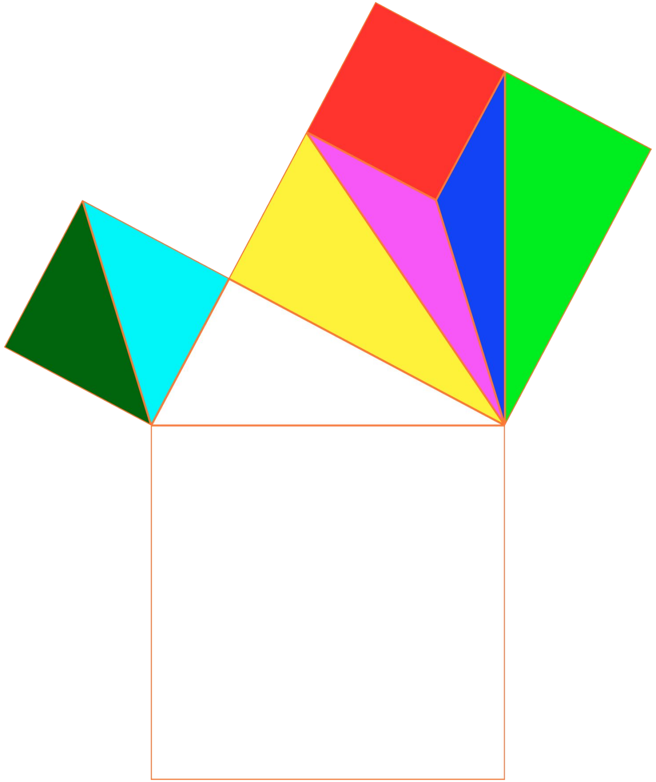
**Imagen referencial de la situación*

A partir de la Infografía, respondamos:

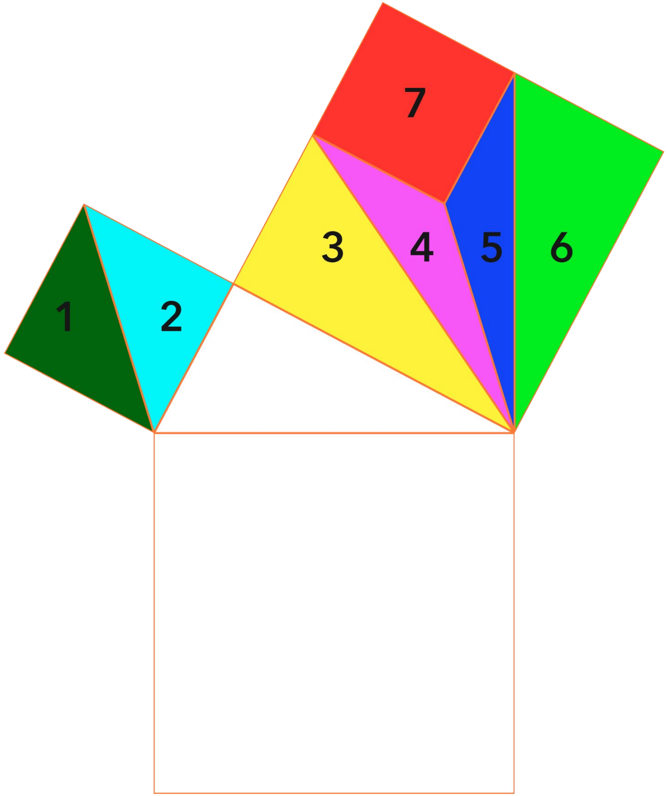
- El teorema de Pitágoras establece la relación entre los lados de ciertas figuras geométricas.

¿Cuáles son esas figuras?

Presentación del problema

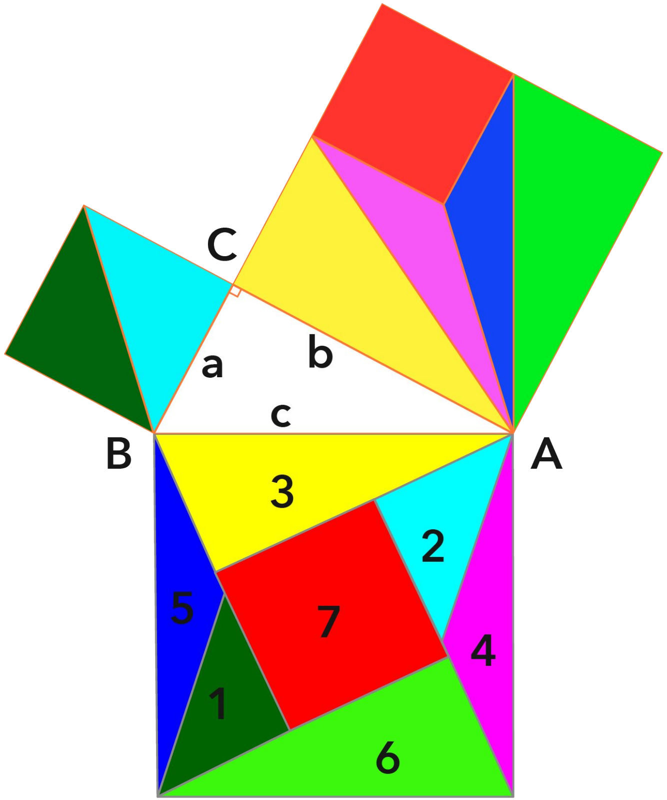


Armado del rompecabezas



- Se deben utilizar todas las piezas.
- Las piezas no se pueden traslapar.
- Las piezas deben cubrir perfectamente el cuadrado blanco.
- Está permitido dar vuelta una pieza en caso de ser necesario.

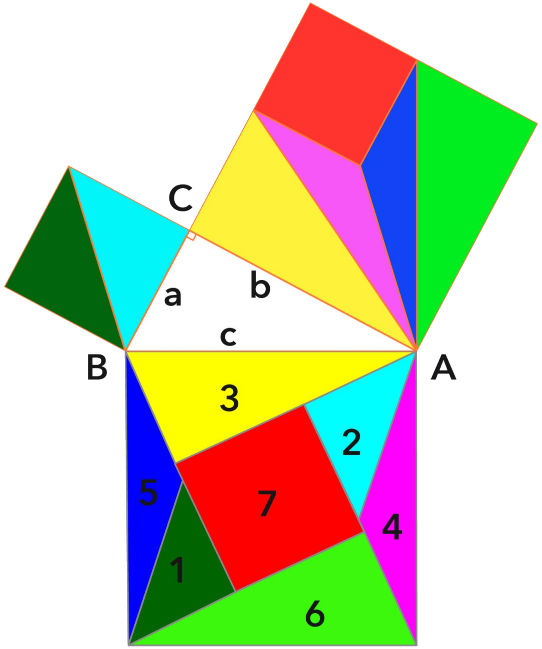
Armado del rompecabezas



¿Qué piezas del rompecabezas son congruentes entre sí?

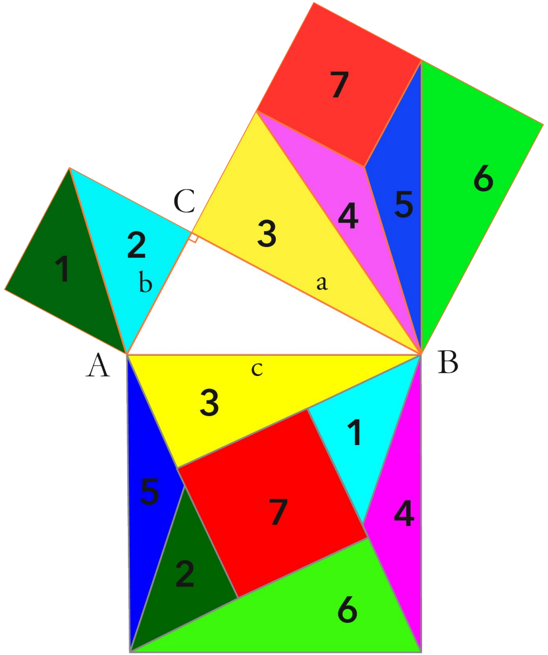
Actividad 1

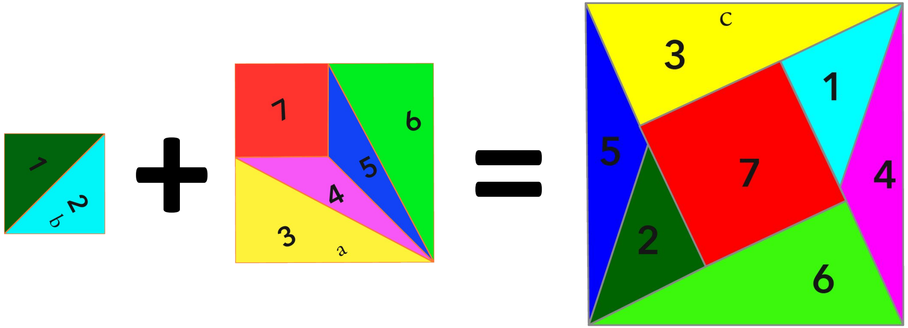
1. A partir del armado del rompecabezas, ¿qué relación podemos establecer entre las áreas de los tres cuadrados?



Actividad 1

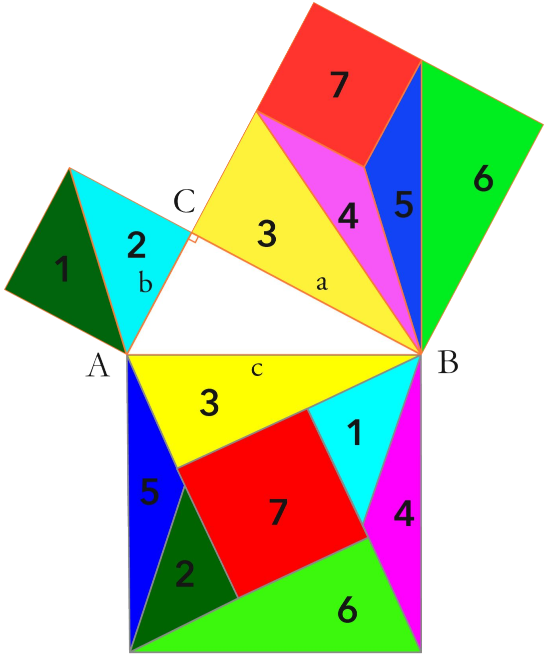
1. A partir del armado del rompecabezas, ¿qué relación podemos establecer entre las áreas de los tres cuadrados?





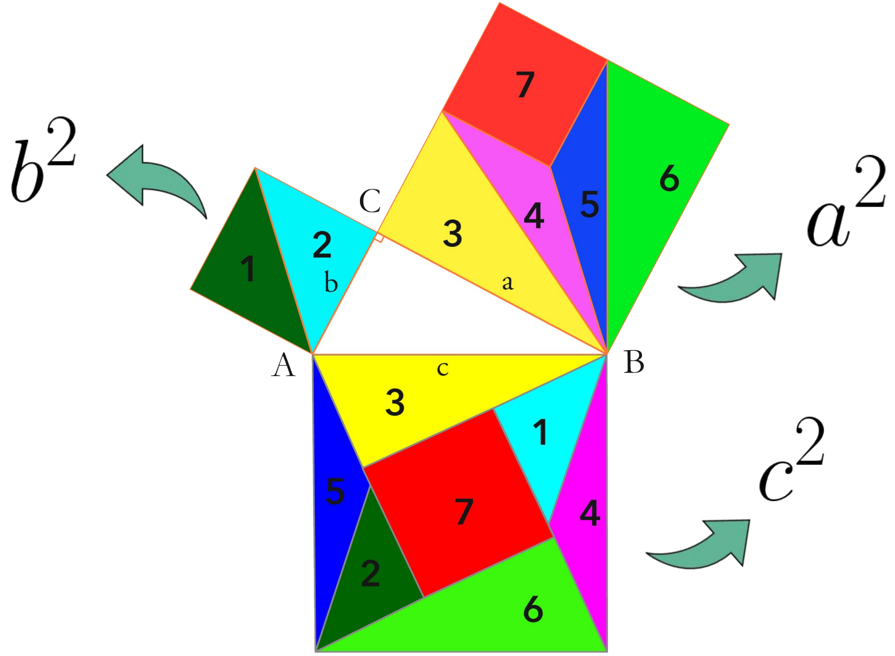
Actividad 1

2. a) ¿Cómo se puede expresar algebraicamente el área de cada uno de los tres cuadrados?



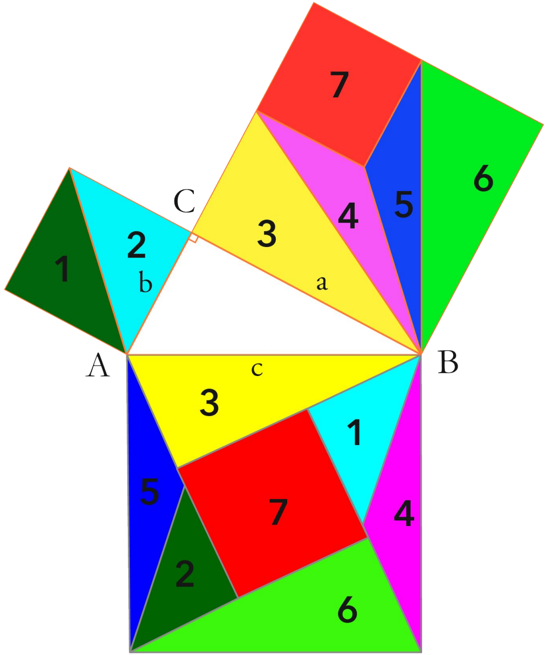
Actividad 1

2. a) ¿Cómo se puede expresar algebraicamente el área de cada uno de los tres cuadrados?



Actividad 1

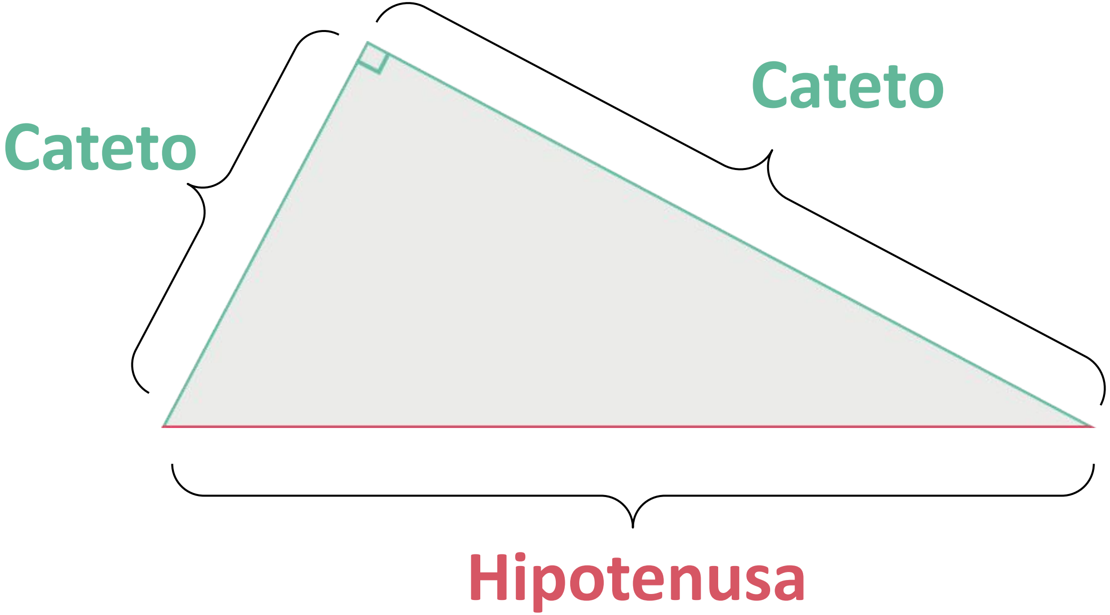
2. a) ¿Cómo se puede expresar algebraicamente el área de cada uno de los tres cuadrados?



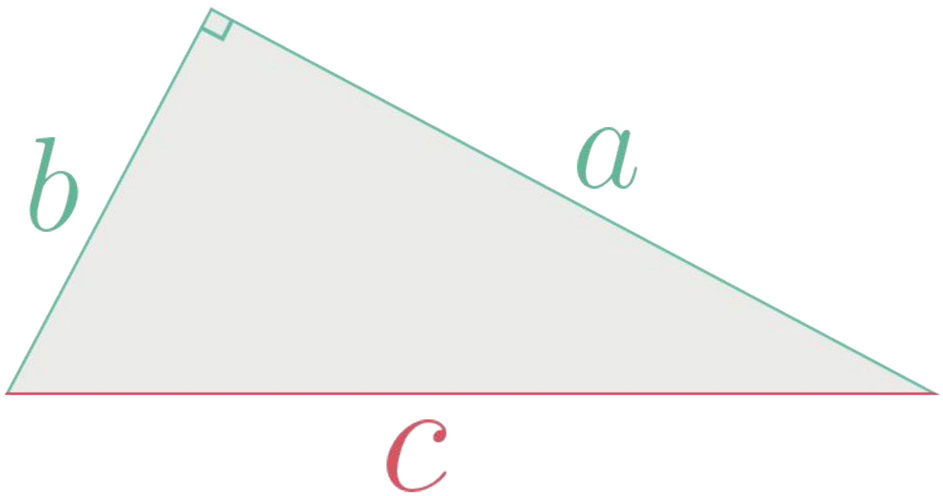
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Teorema de Pitágoras

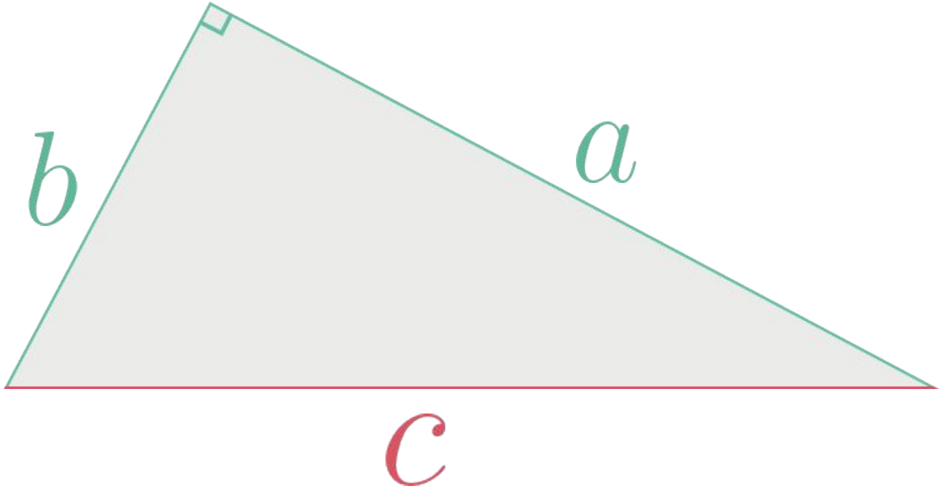
Teorema de Pitágoras



Teorema de Pitágoras



Teorema de Pitágoras



$$a^2 + b^2 = c^2$$

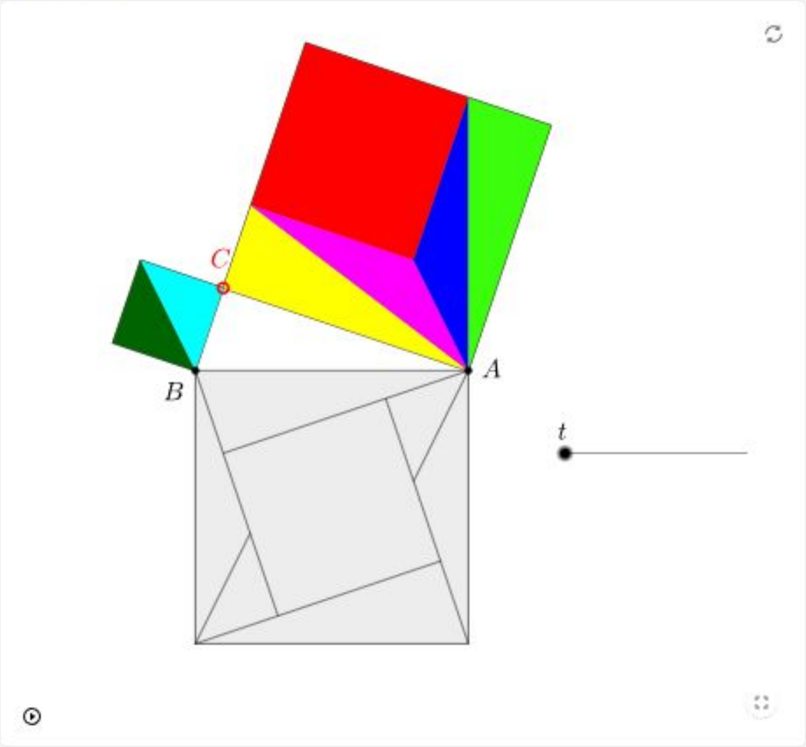
Teorema de Pitágoras

- ¿Por qué es cierto el teorema de Pitágoras?
- ¿El armado del rompecabezas que realizamos permite justificarlo?

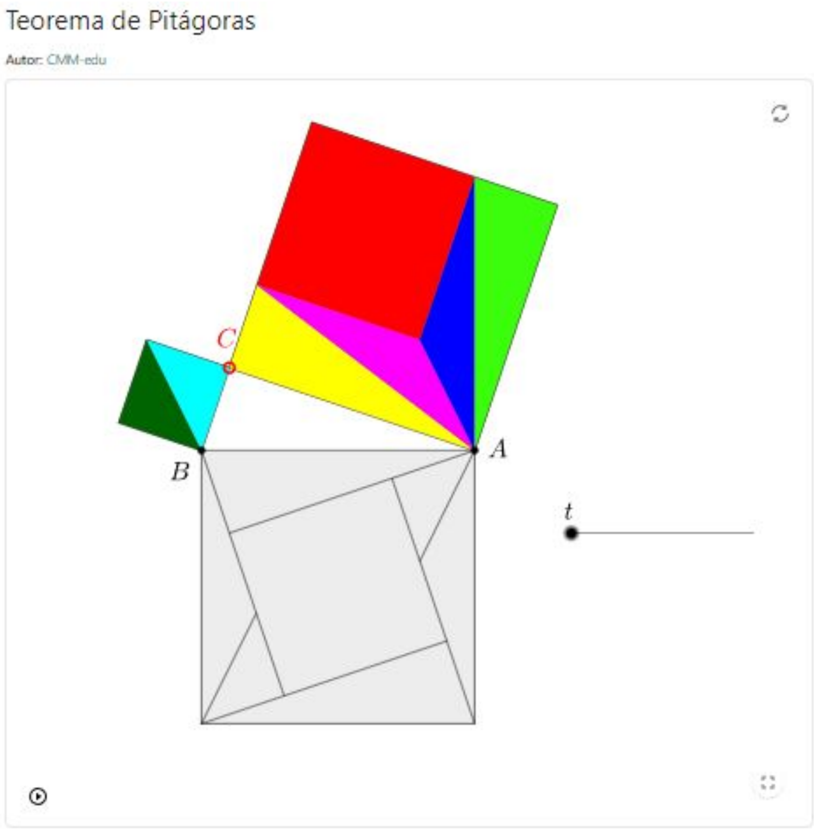
Exploremos con GeoGebra

Teorema de Pitágoras

Autor: CMM-edu



Exploremos con GeoGebra



- ¿Qué conseguimos al mover el punto C?
- ¿Para qué sirve el deslizador t?
- ¿Qué se puede deducir a partir del recurso?

MAT CON
MATEMÁTICA CONECTADA

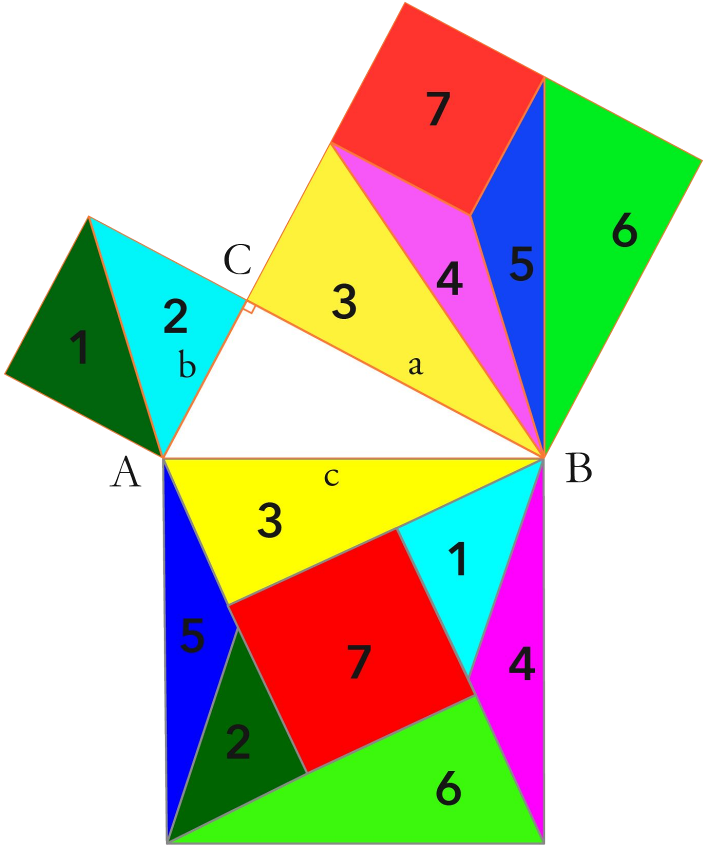
Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo, el **cuadrado de la hipotenusa** es igual a la **suma de los cuadrados de los catetos**.

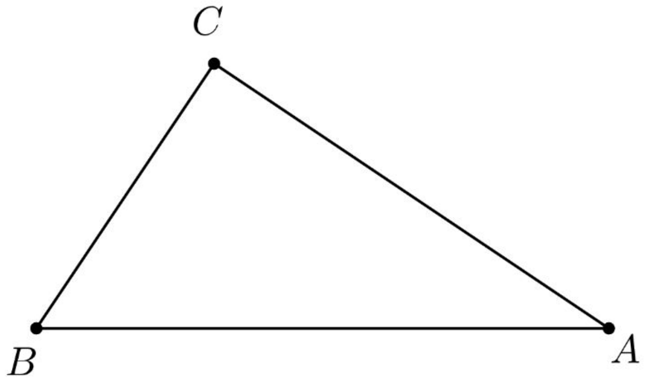
Formalmente, para un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en C, cuya **hipotenusa mide *c*** y **sus catetos miden *a* y *b***, se cumple que:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

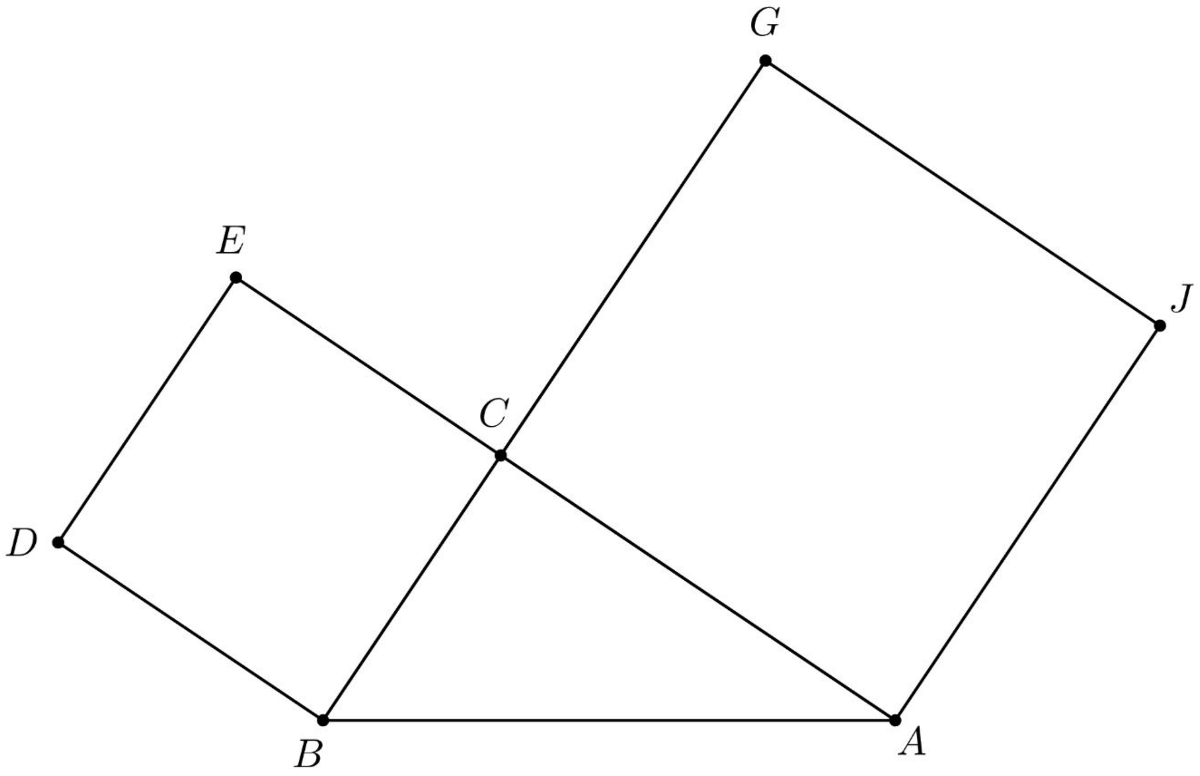
Actividad 2



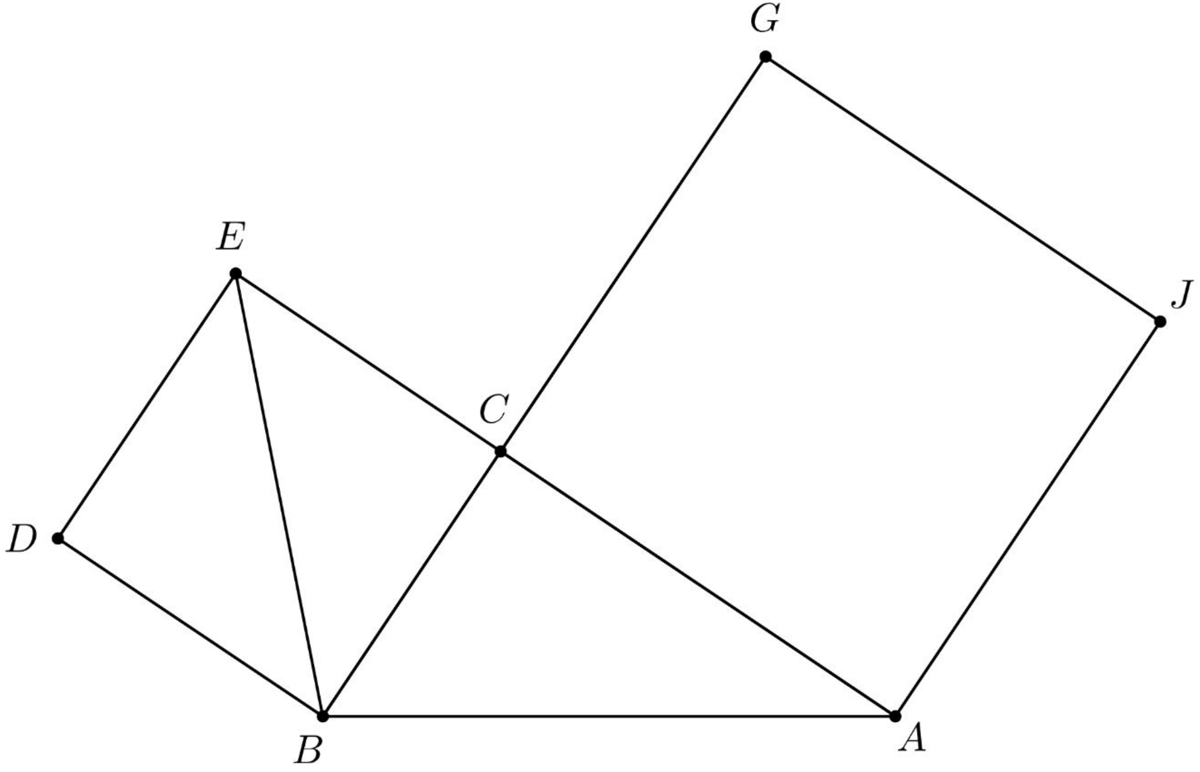
1. Construyendo el rompecabezas



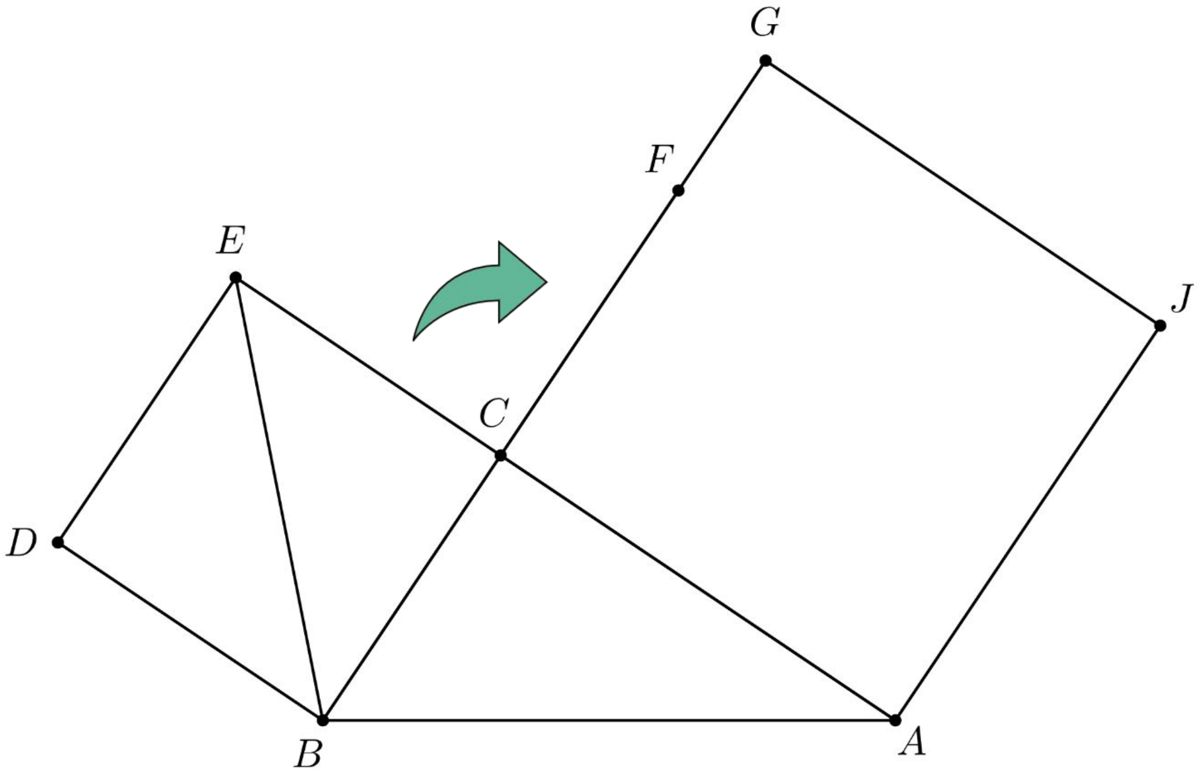
1. Construyendo el rompecabezas



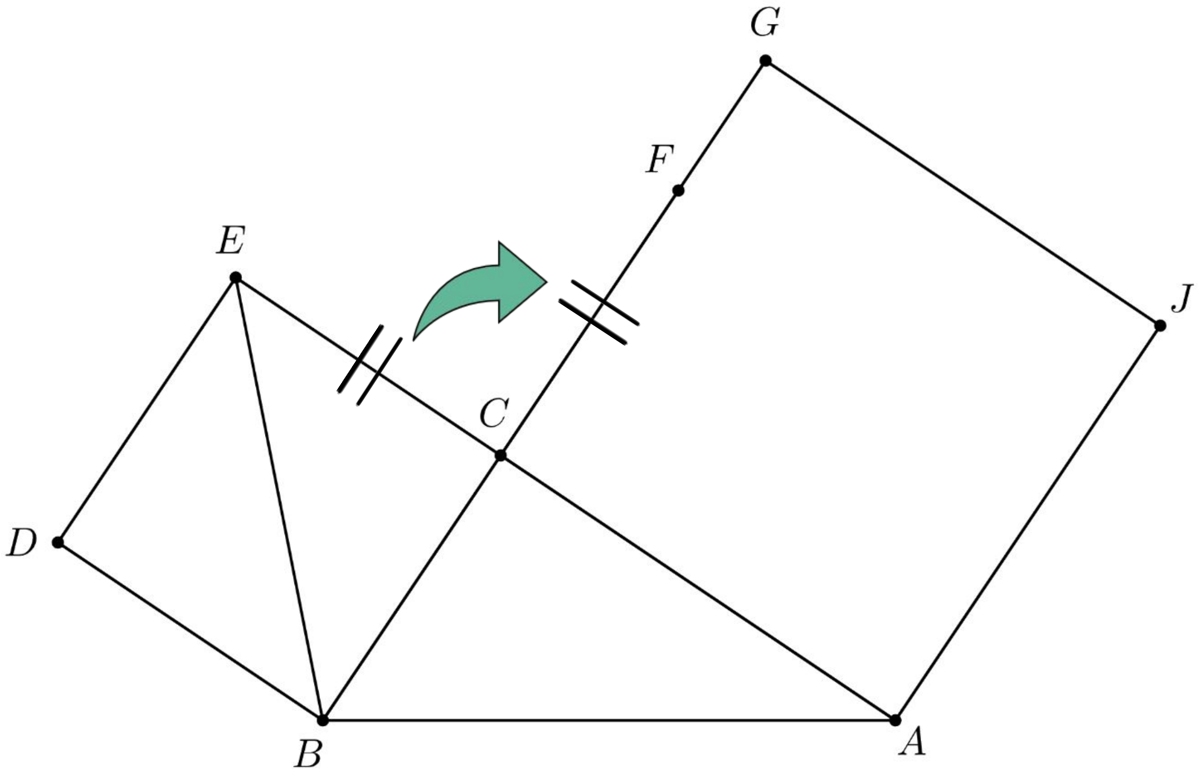
1. Construyendo el rompecabezas



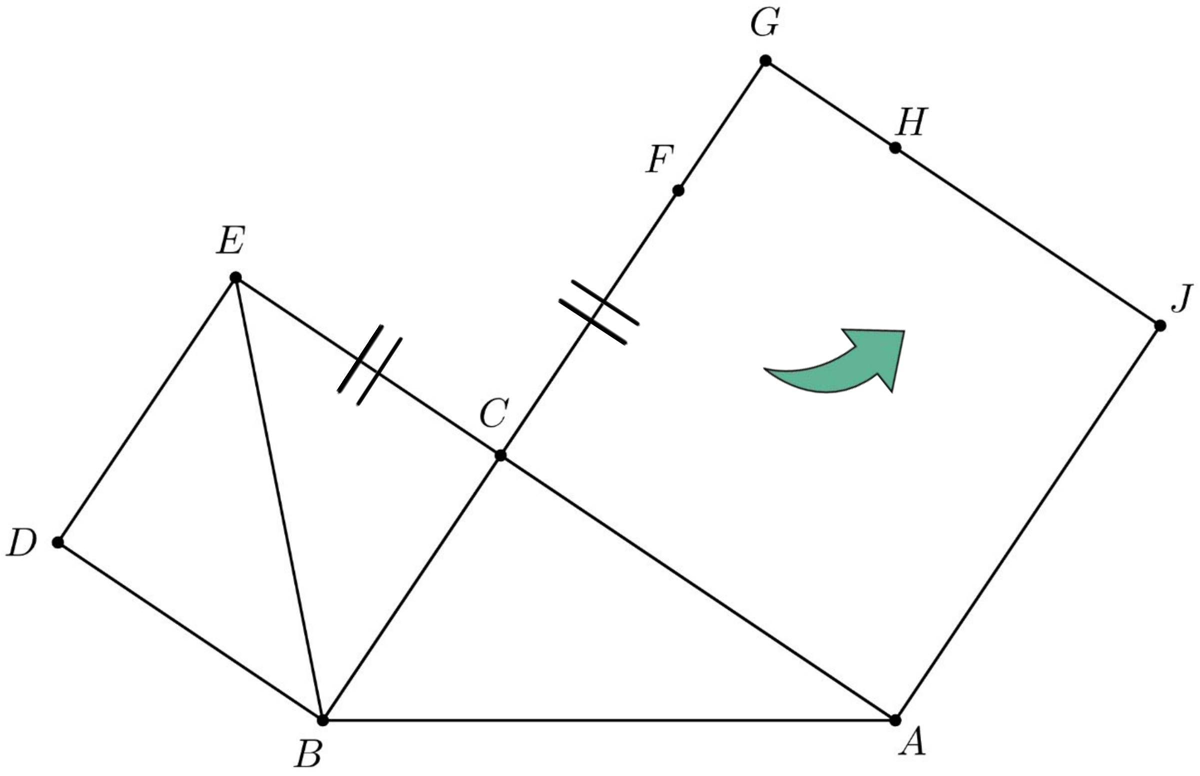
1. Construyendo el rompecabezas



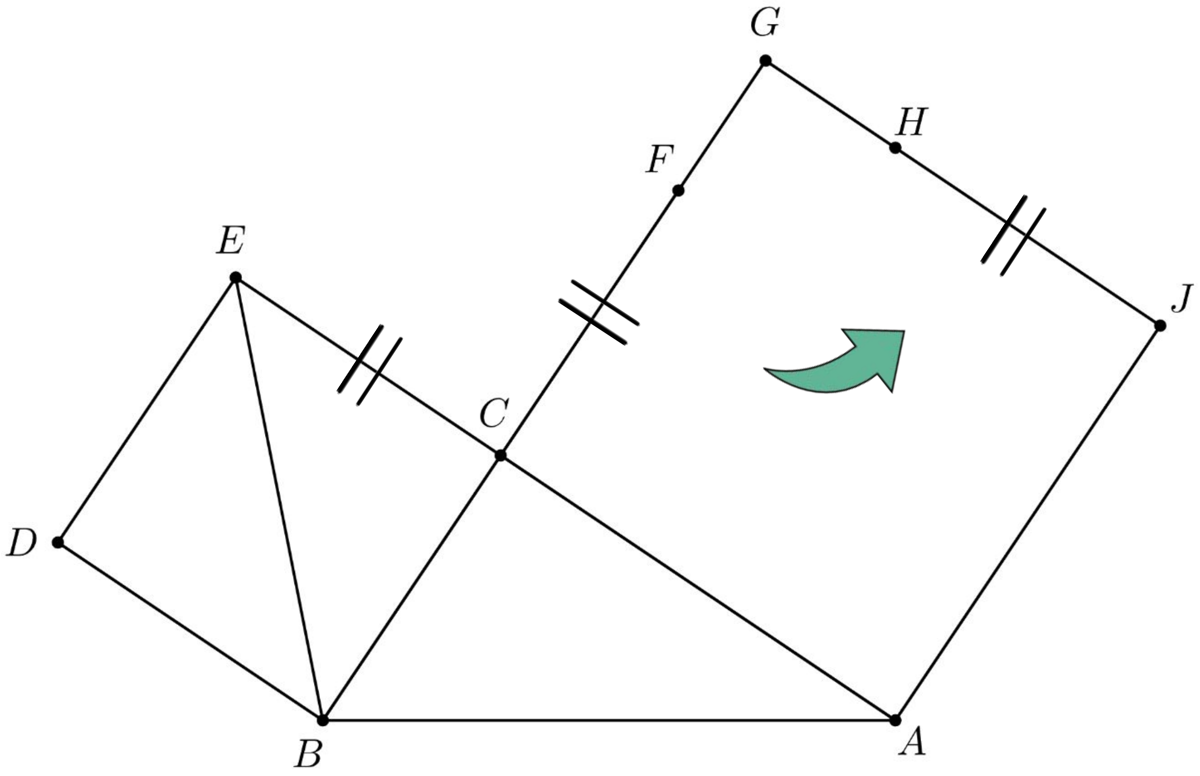
1. Construyendo el rompecabezas



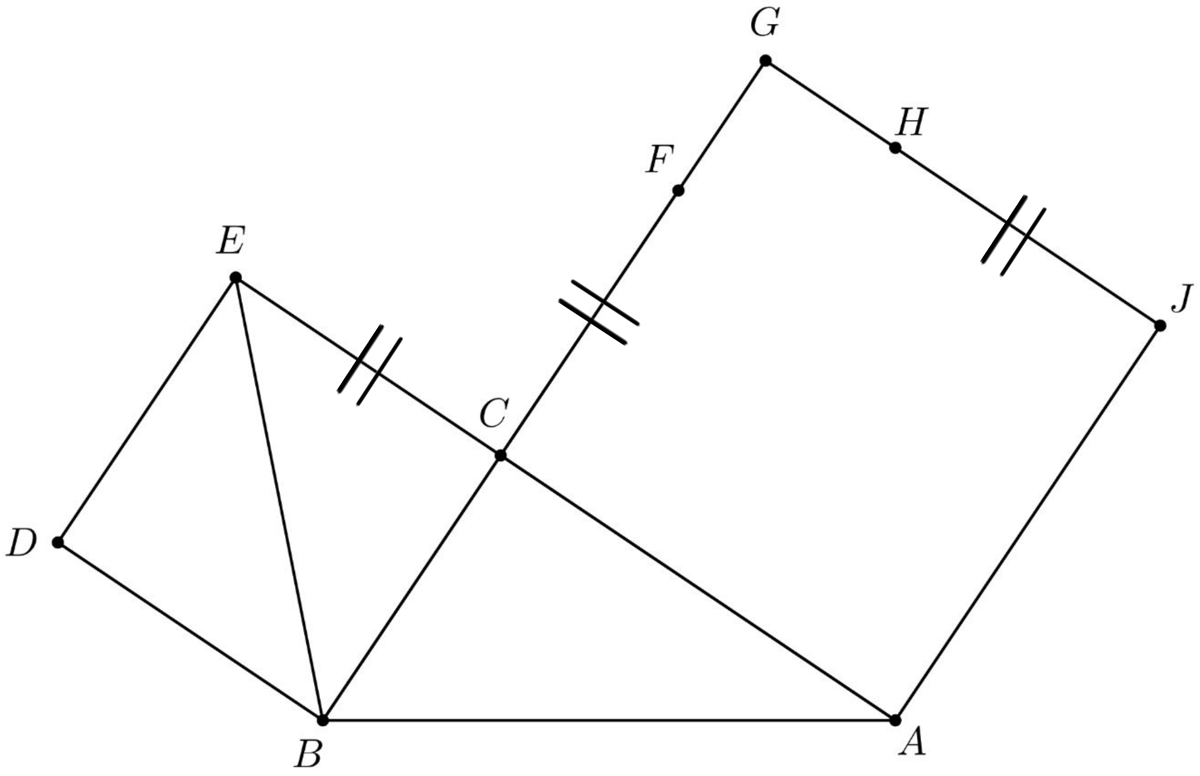
1. Construyendo el rompecabezas



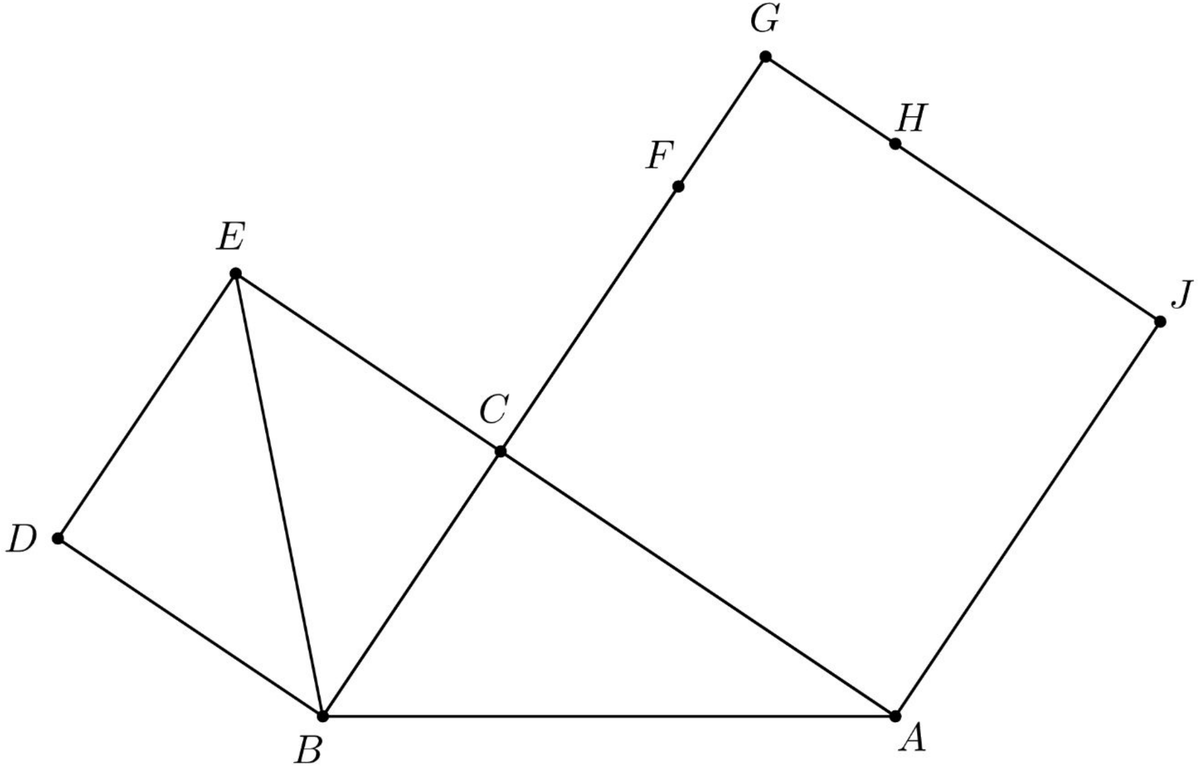
1. Construyendo el rompecabezas



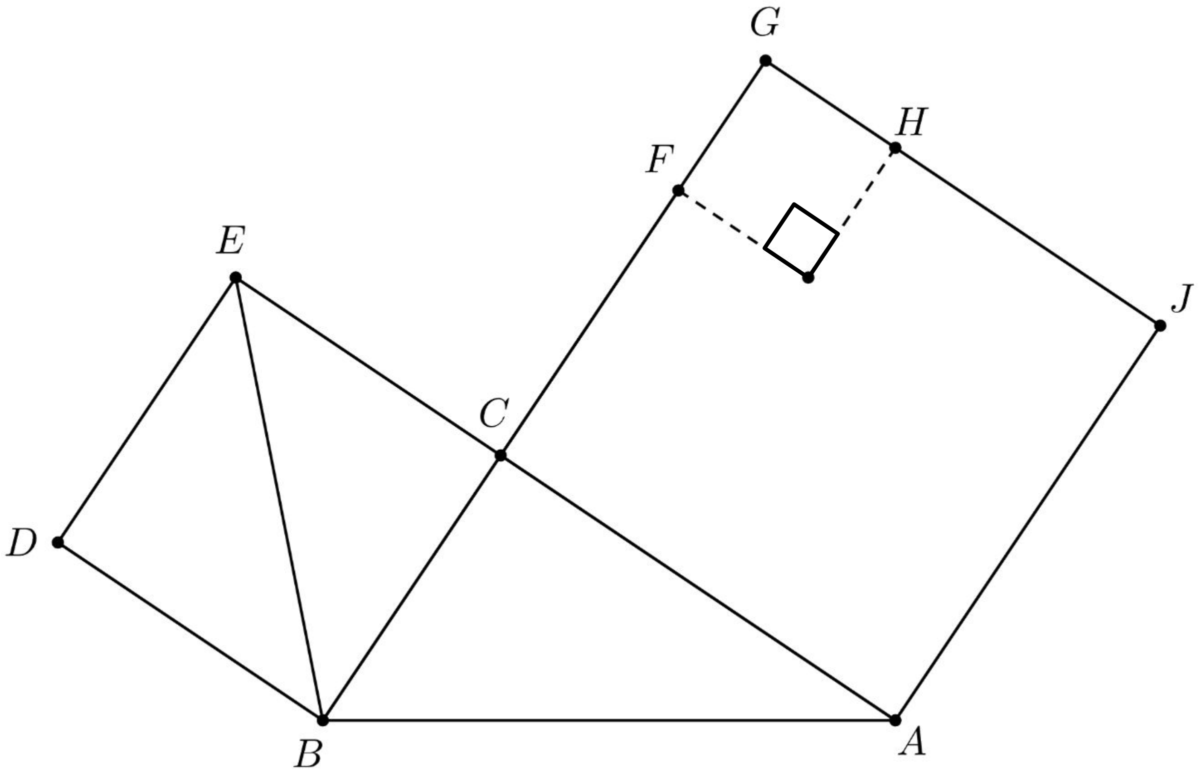
1. Construyendo el rompecabezas



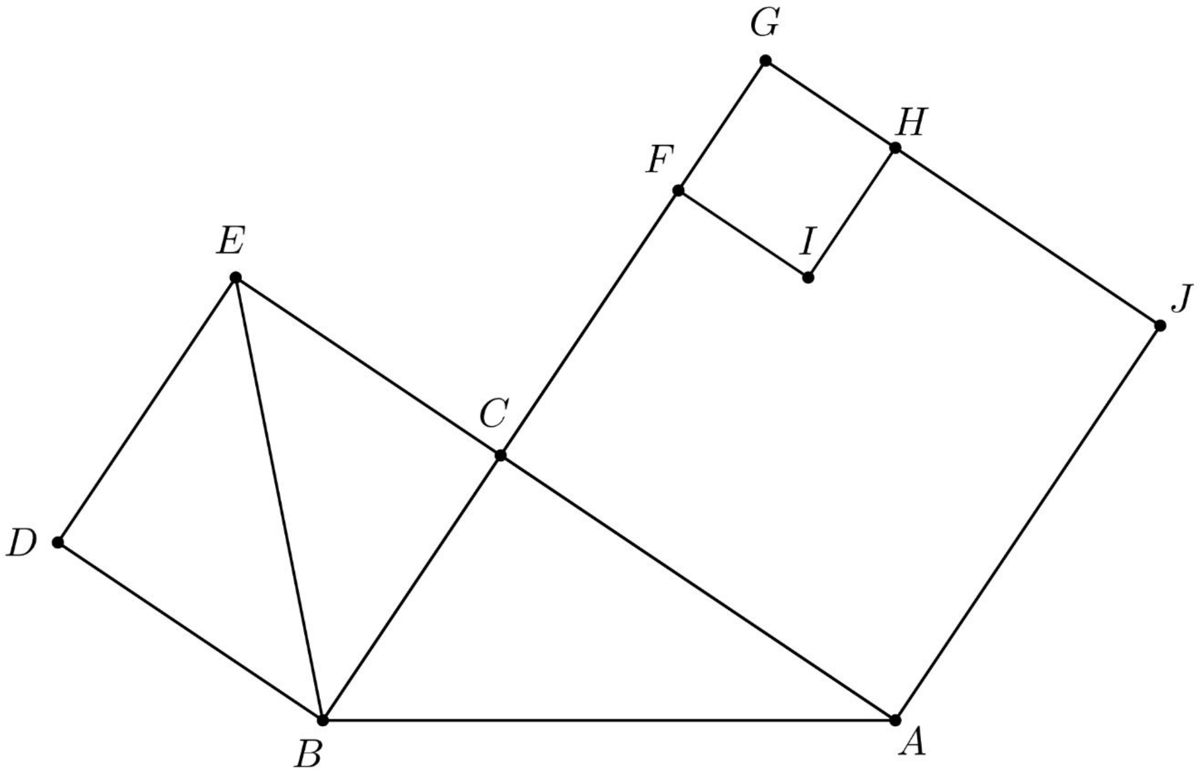
1. Construyendo el rompecabezas



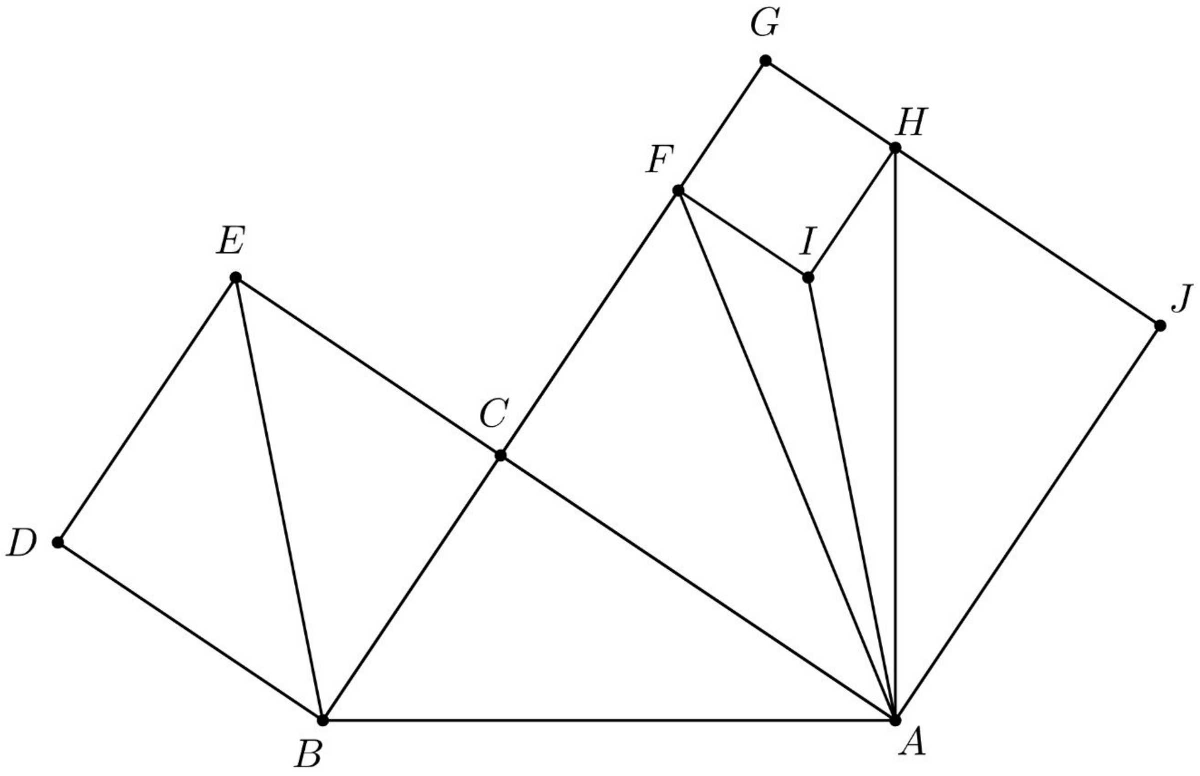
1. Construyendo el rompecabezas



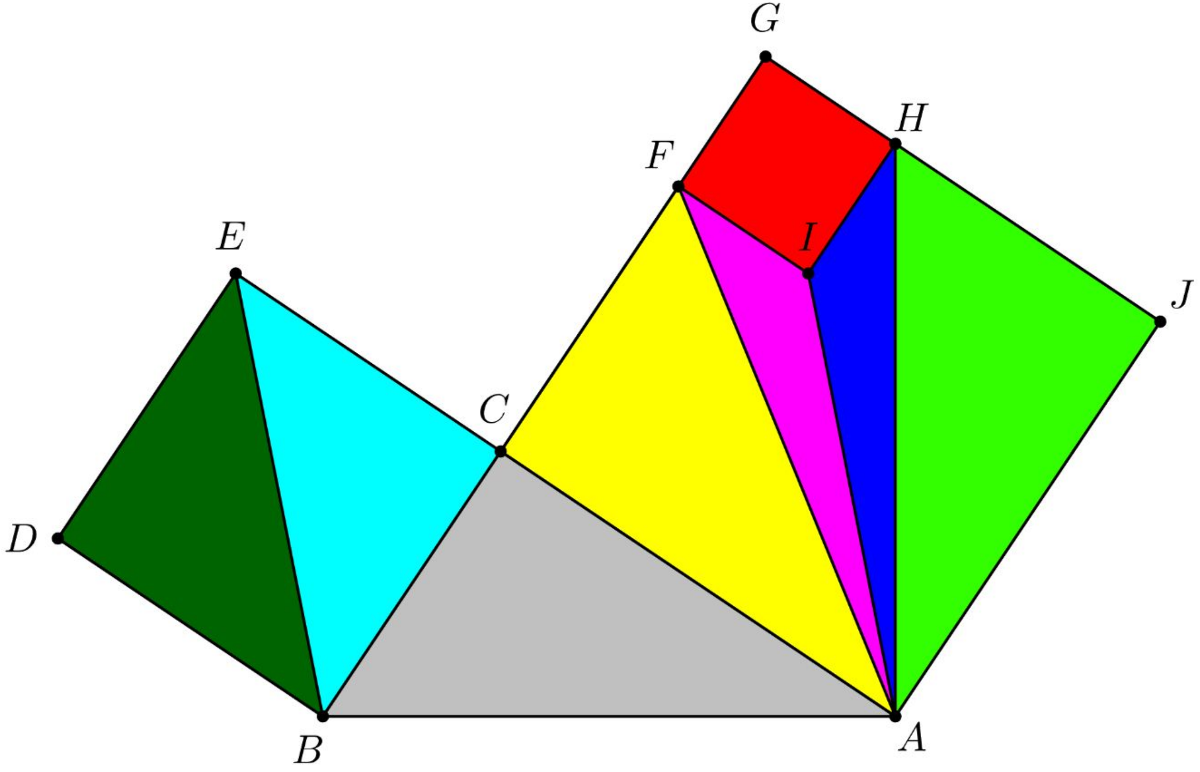
1. Construyendo el rompecabezas



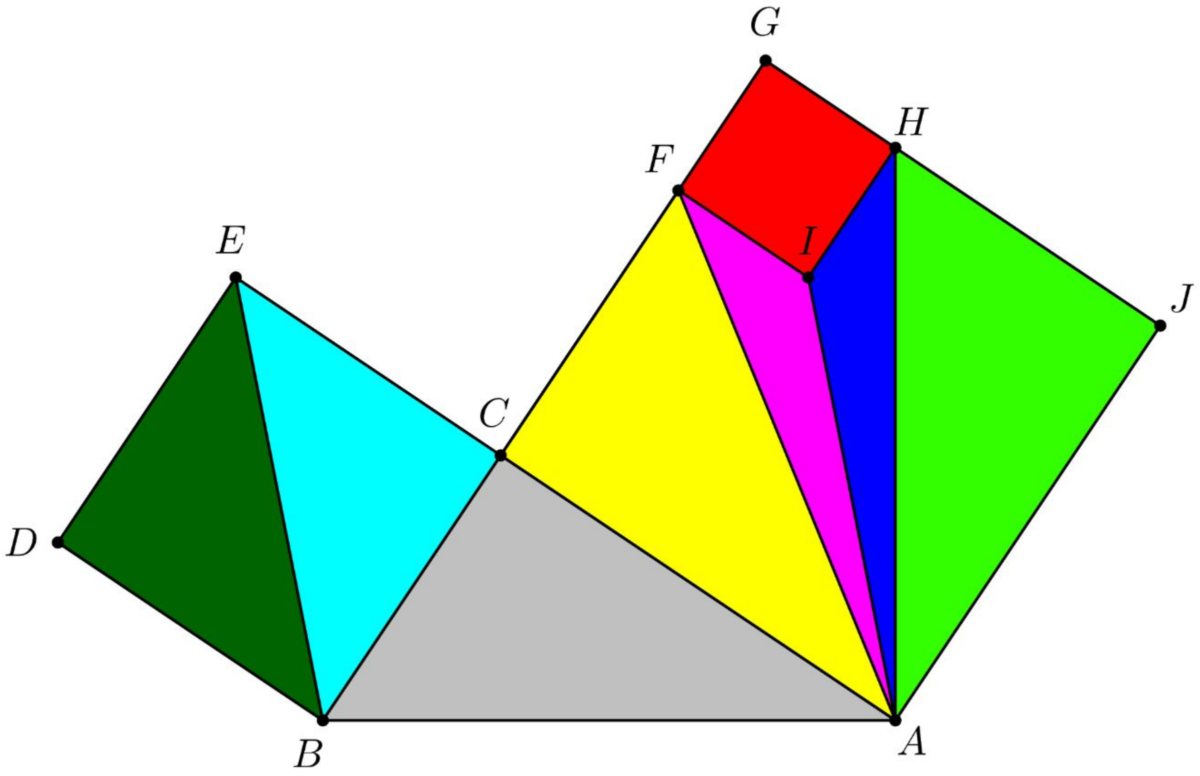
1. Construyendo el rompecabezas



1. Construyendo el rompecabezas



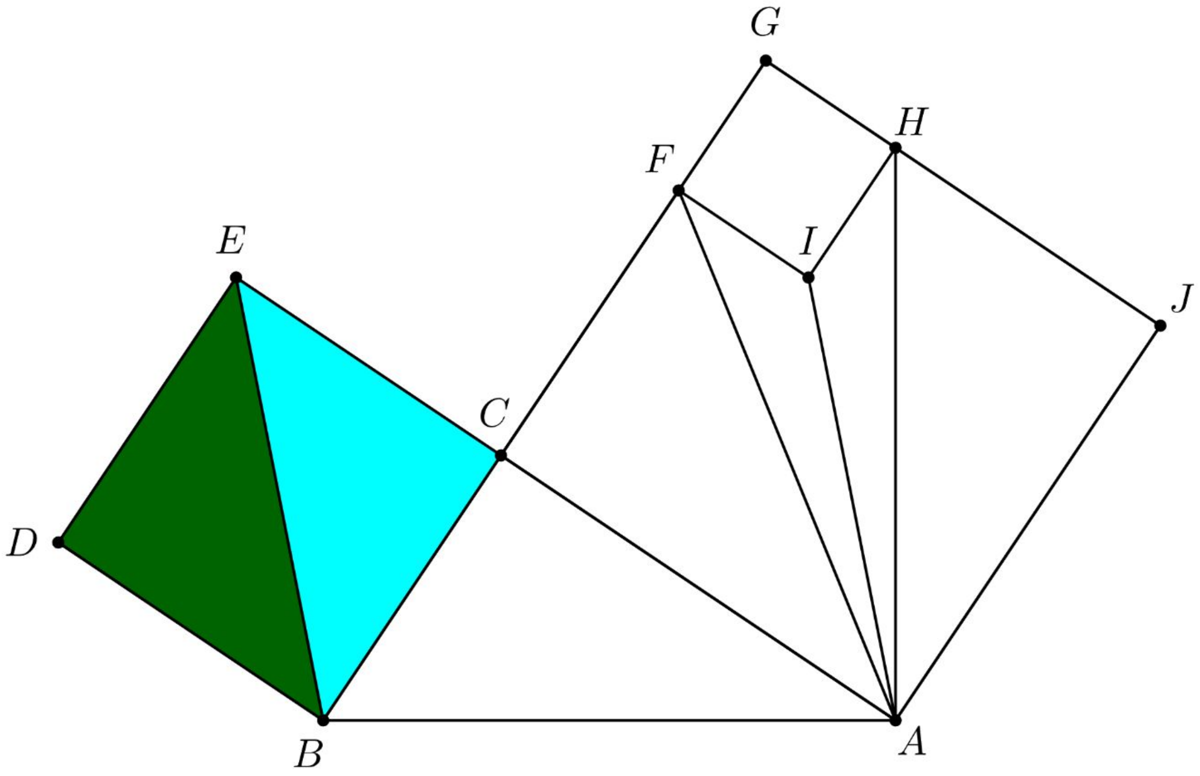
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

a) BCE y BED
b) ACB, AFC y AJH
c) AIF y AHI

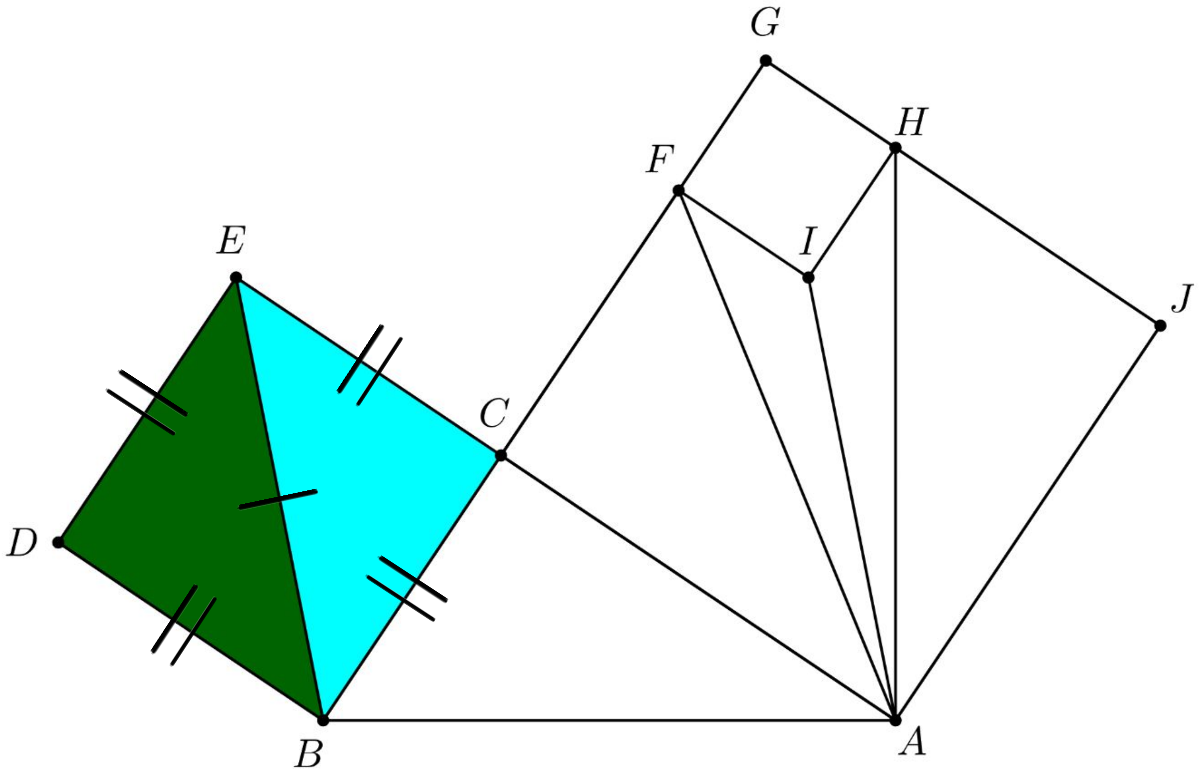
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

a) BCE y BED

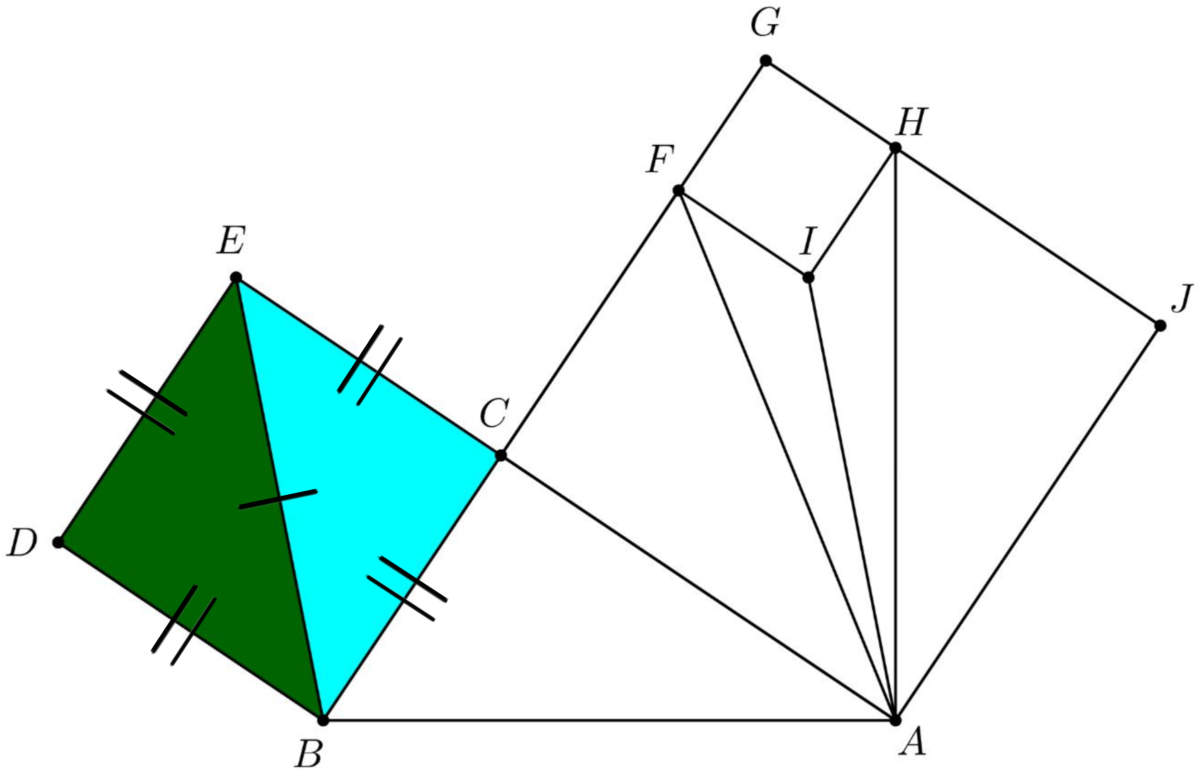
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

a) BCE y BED

2. Identificando triángulos congruentes



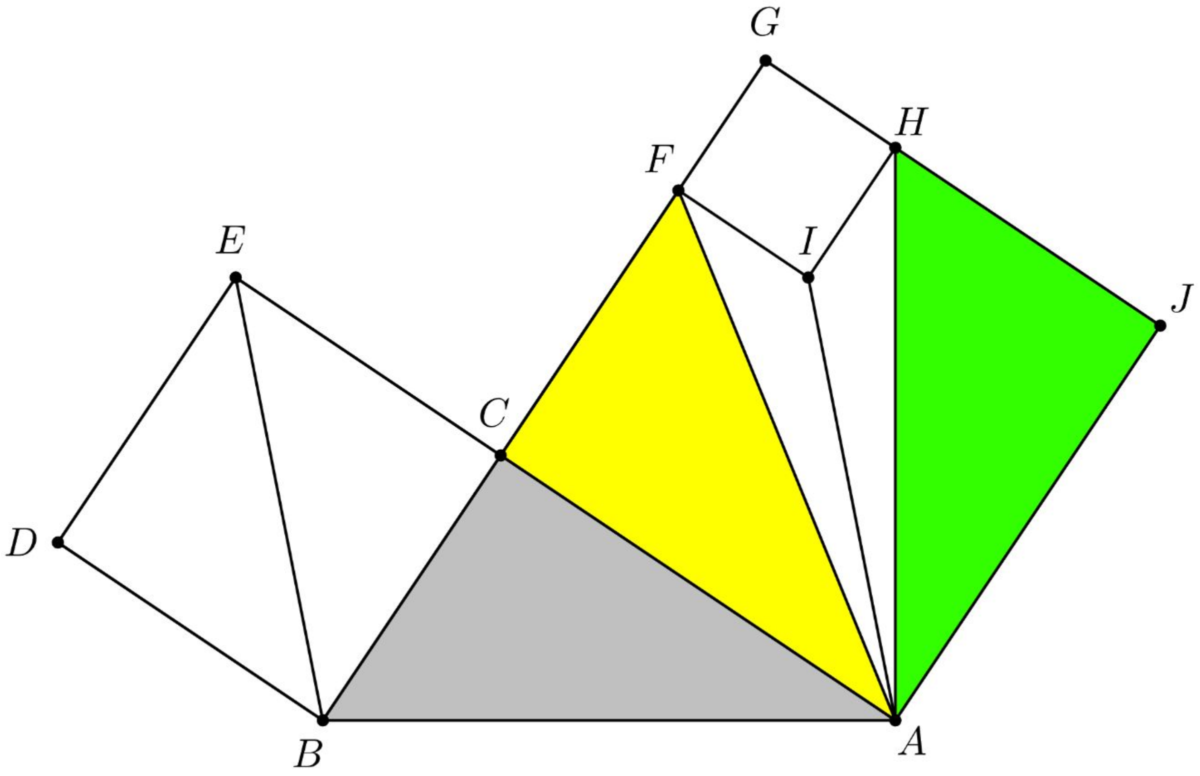
1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

a) BCE y BED

$$BCE \cong BED$$

Criterio LLL

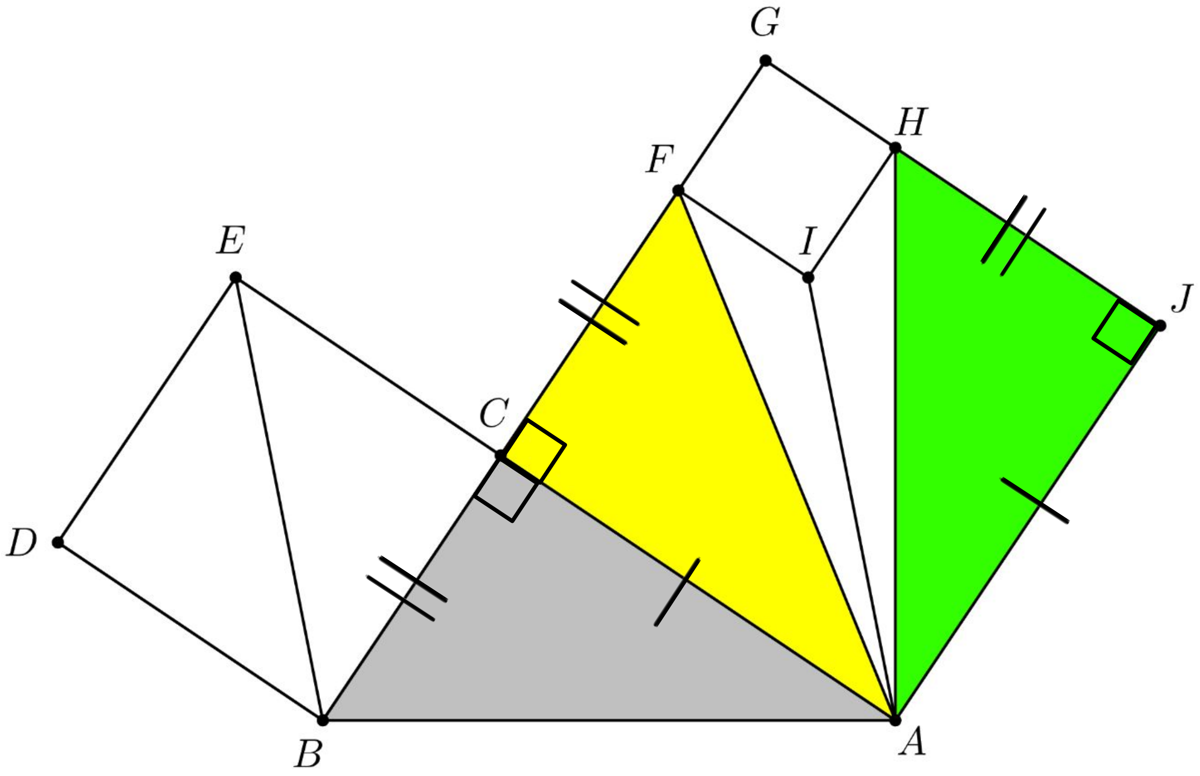
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

b) ACB, AFC y AJH

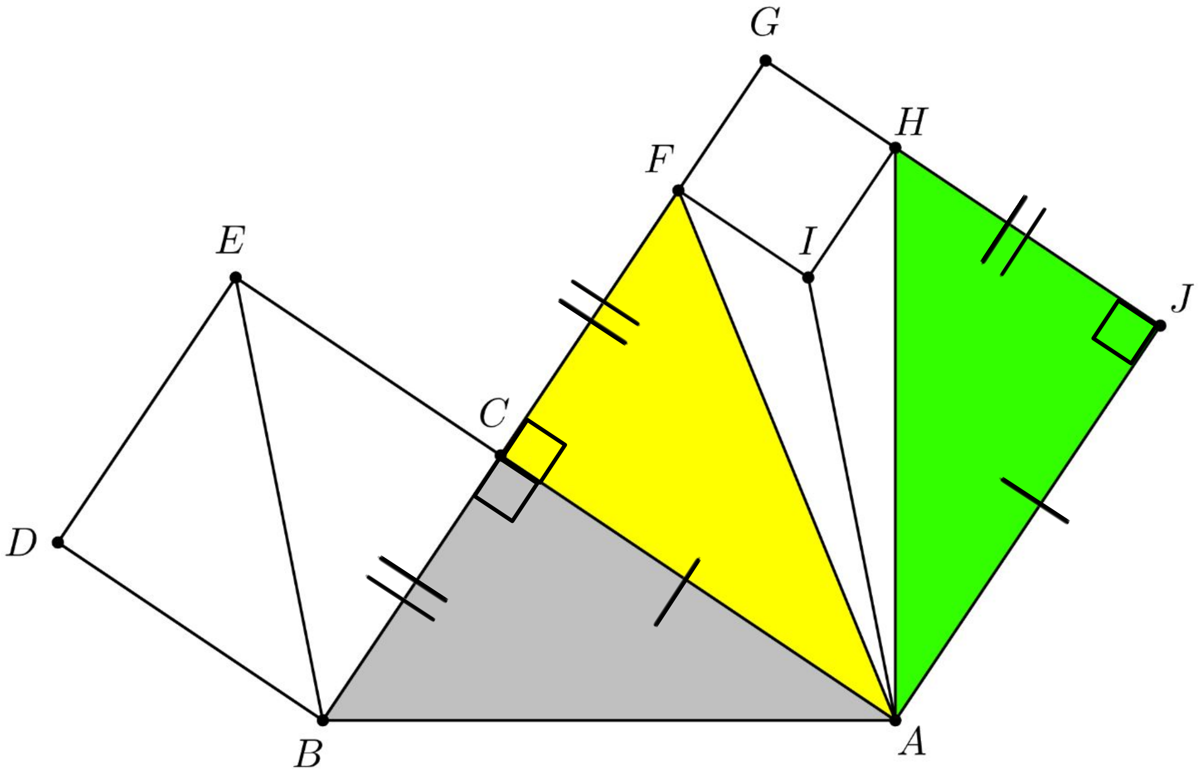
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

b) ACB, AFC y AJH

2. Identificando triángulos congruentes



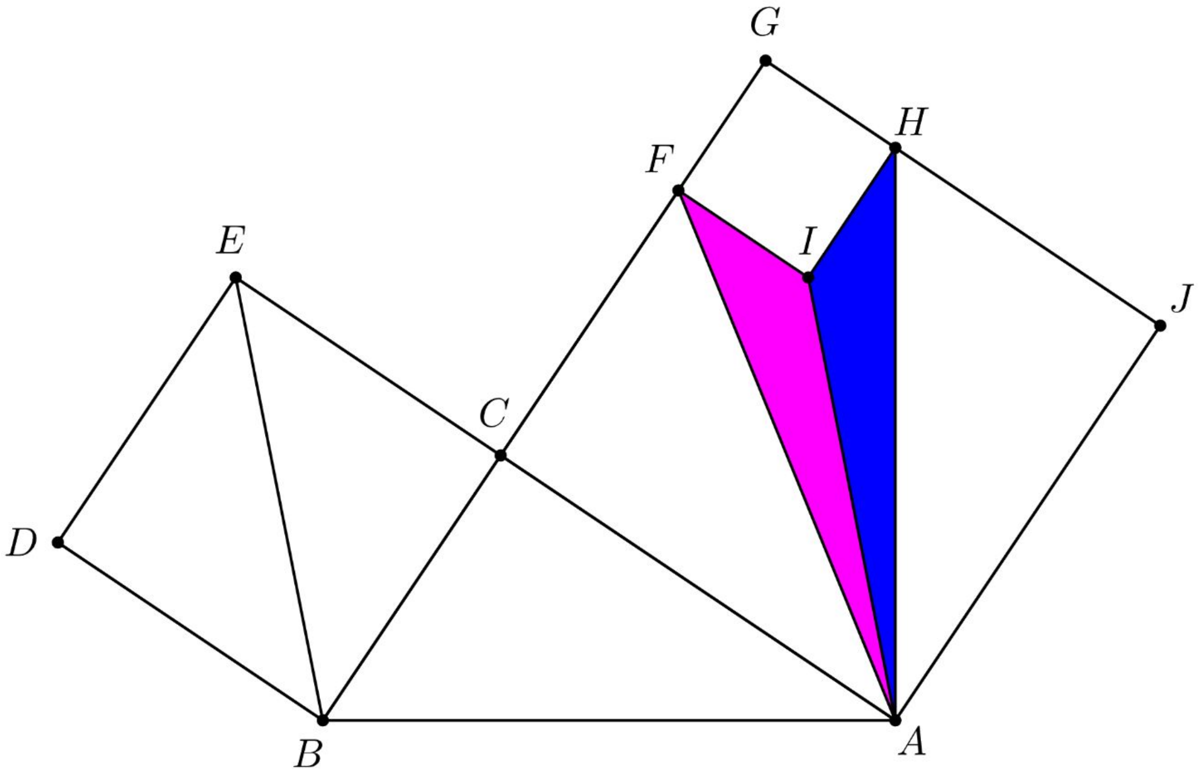
1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

b) ACB, AFC y AJH

$$ACB \cong AFC \cong AJH$$

Criterio LAL

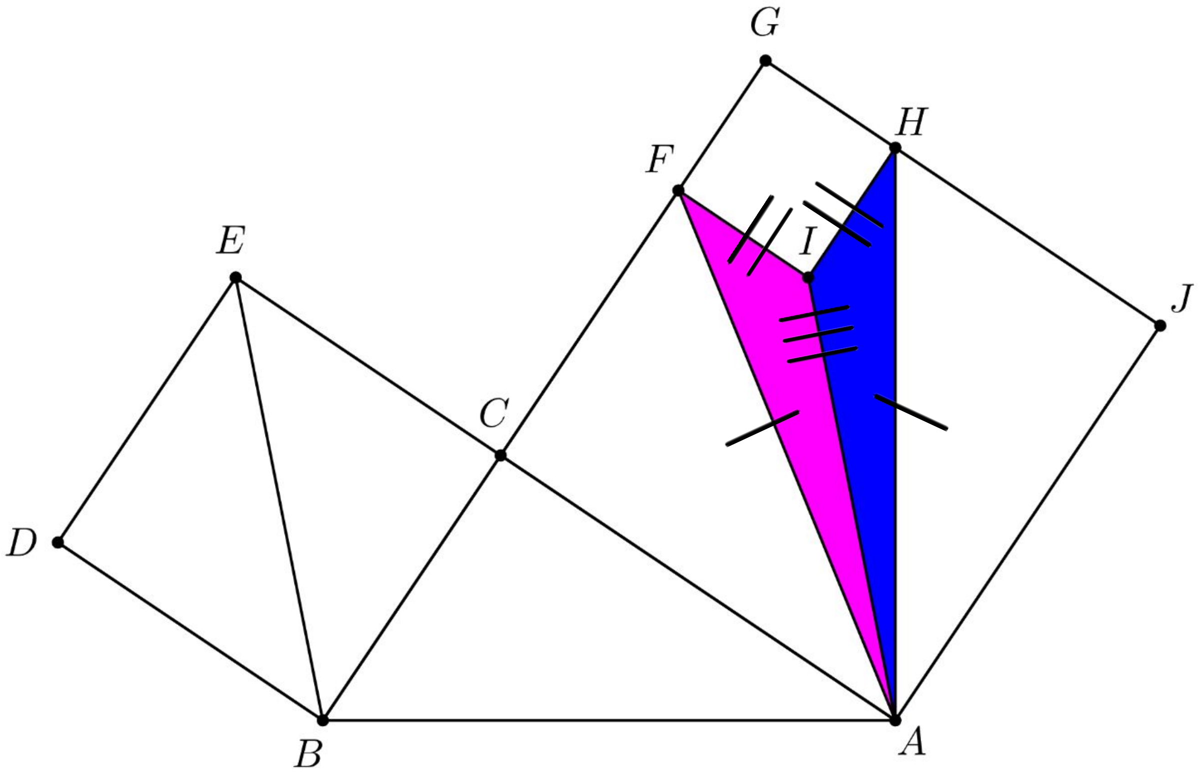
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

c) AIF y AHI

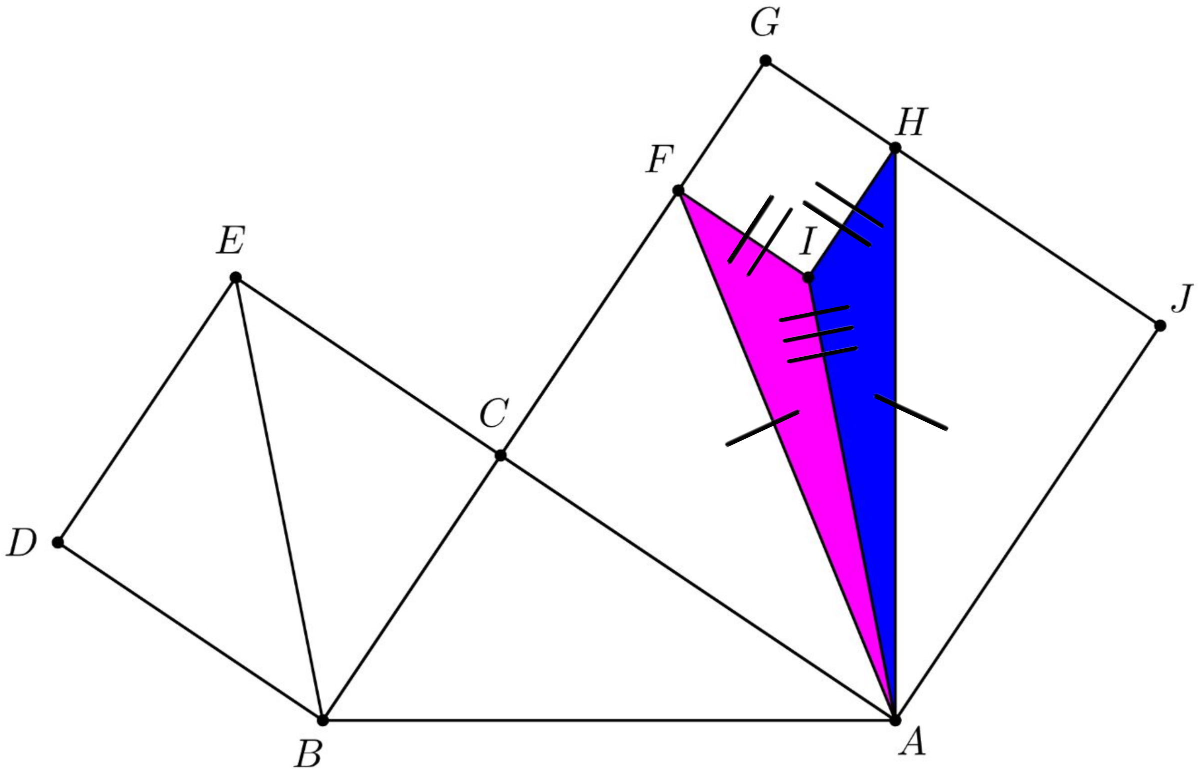
2. Identificando triángulos congruentes



1. Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:

c) AIF y AHI

2. Identificando triángulos congruentes



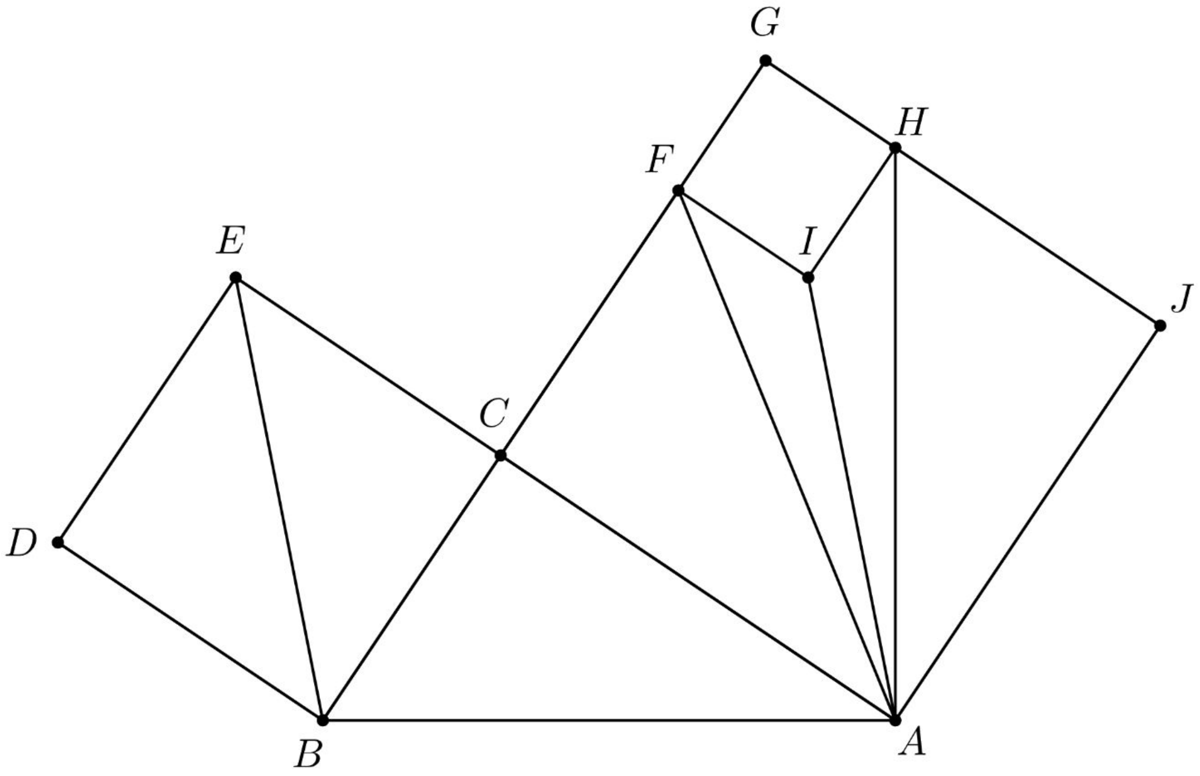
1. **Justifica por qué los siguientes triángulos son congruentes entre sí:**

c) AIF y AHI

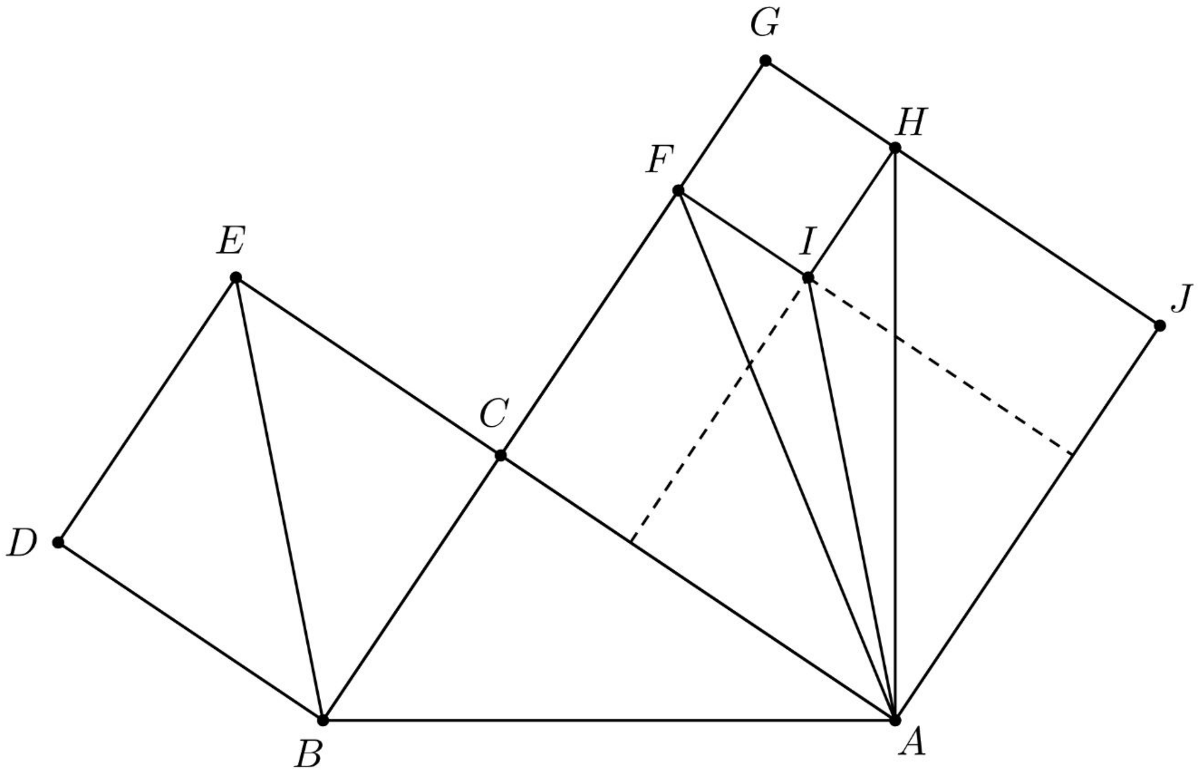
$$AIF \cong AHI$$

Criterio LLL

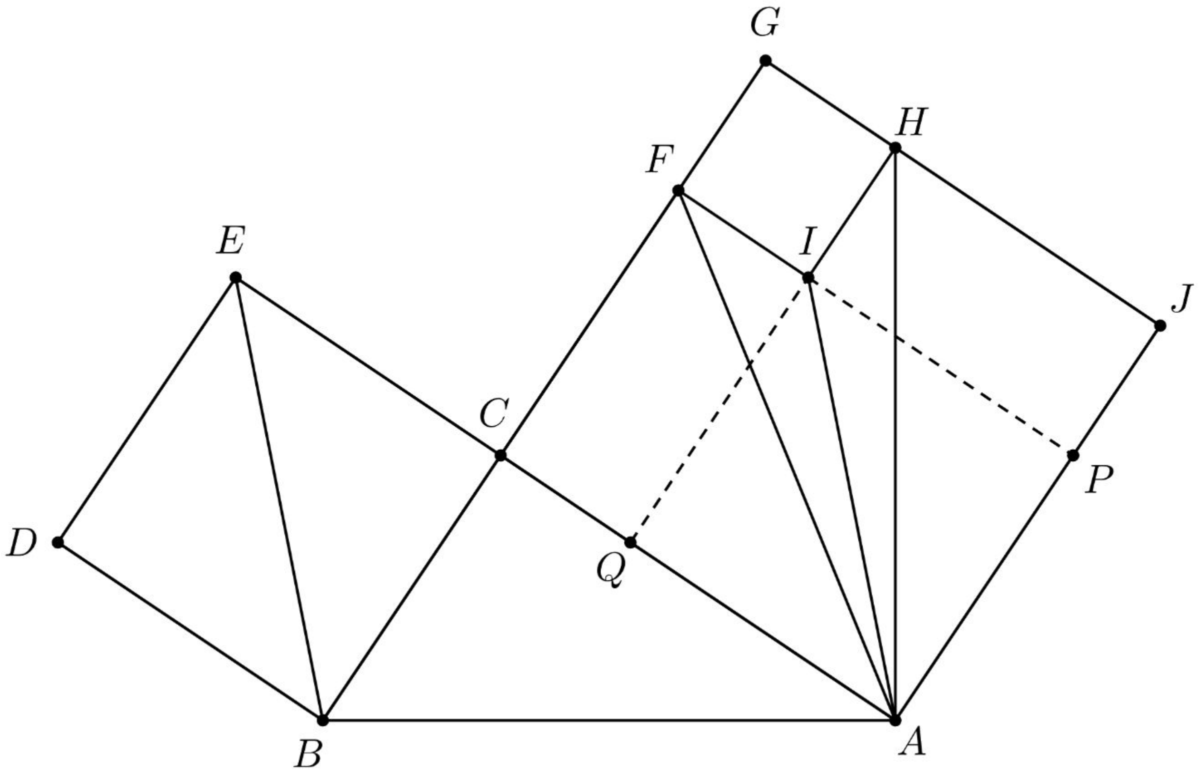
3. Formando más triángulos congruentes



3. Formando más triángulos congruentes

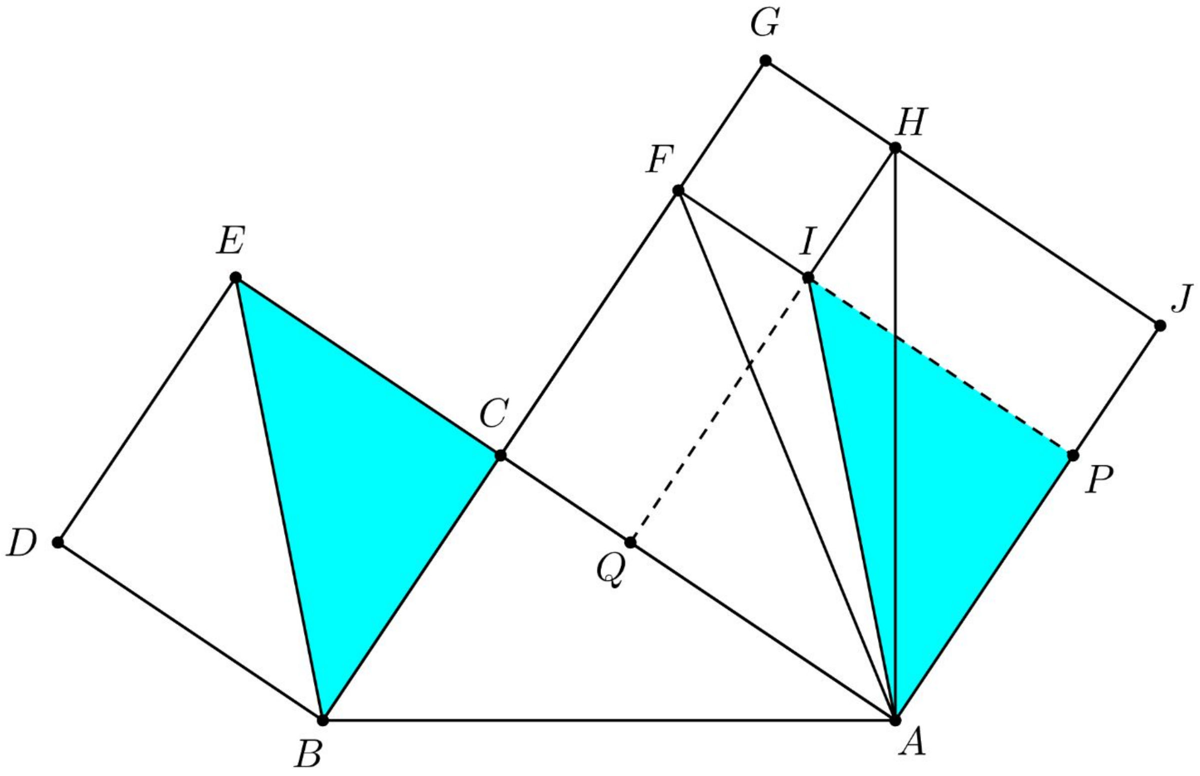


3. Formando más triángulos congruentes



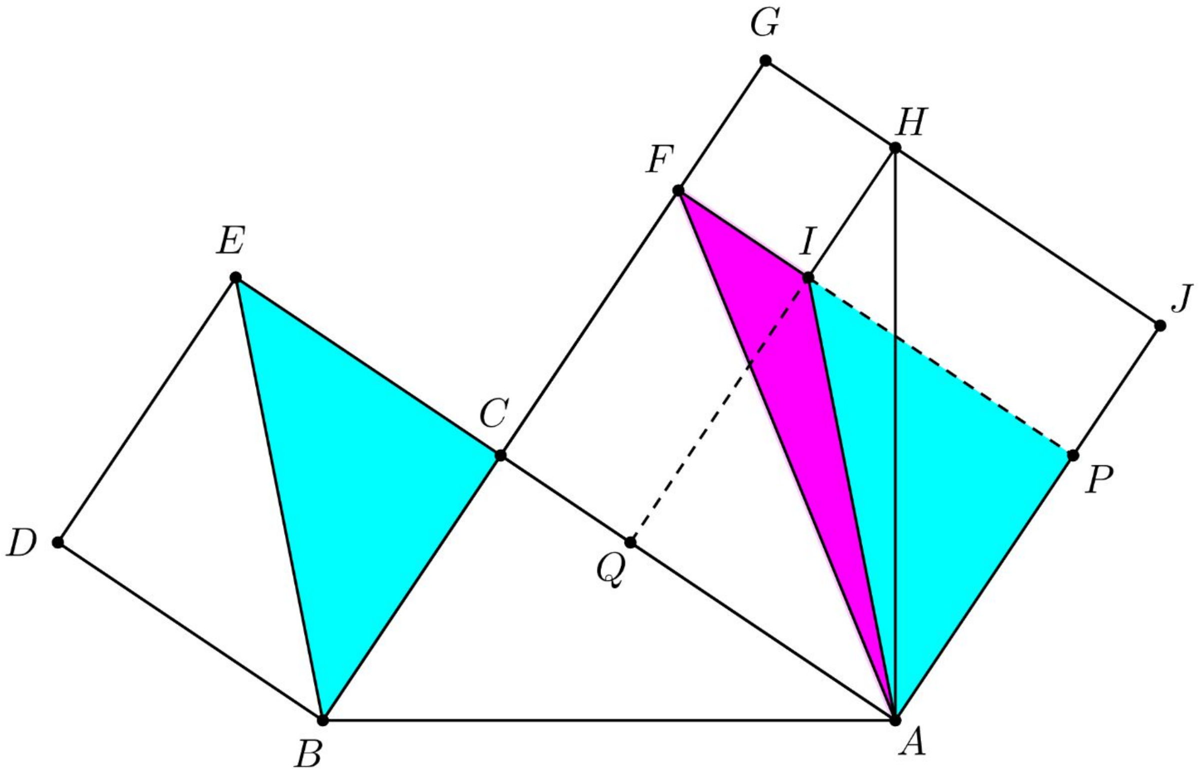
2. **Explica por qué al yuxtaponer el triángulo BCE con el triángulo AIF se forma un triángulo congruente con el triángulo ACB.**

3. Formando más triángulos congruentes



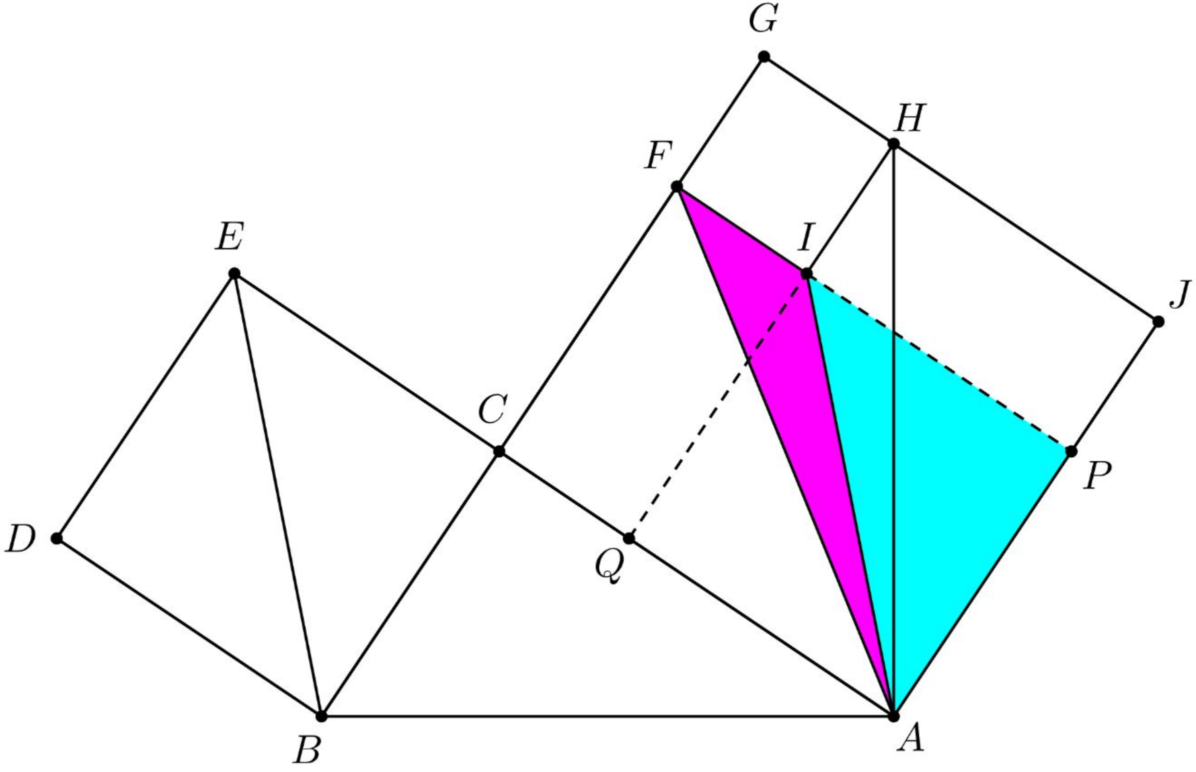
2. **Explica por qué al yuxtaponer el triángulo BCE con el triángulo AIF se forma un triángulo congruente con el triángulo ACB.**

3. Formando más triángulos congruentes



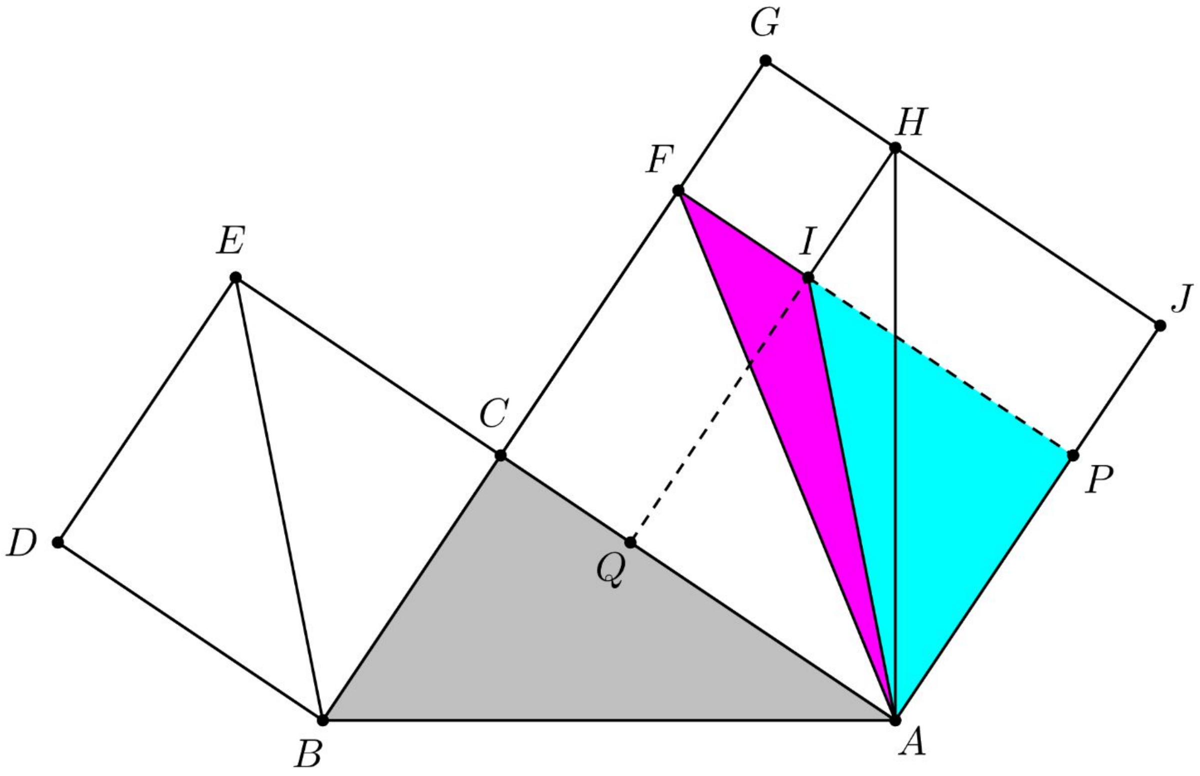
2. **Explica por qué al yuxtaponer el triángulo BCE con el triángulo AIF se forma un triángulo congruente con el triángulo ACB.**

3. Formando más triángulos congruentes



2. **Explica por qué al yuxtaponer el triángulo BCE con el triángulo AIF se forma un triángulo congruente con el triángulo ACB.**

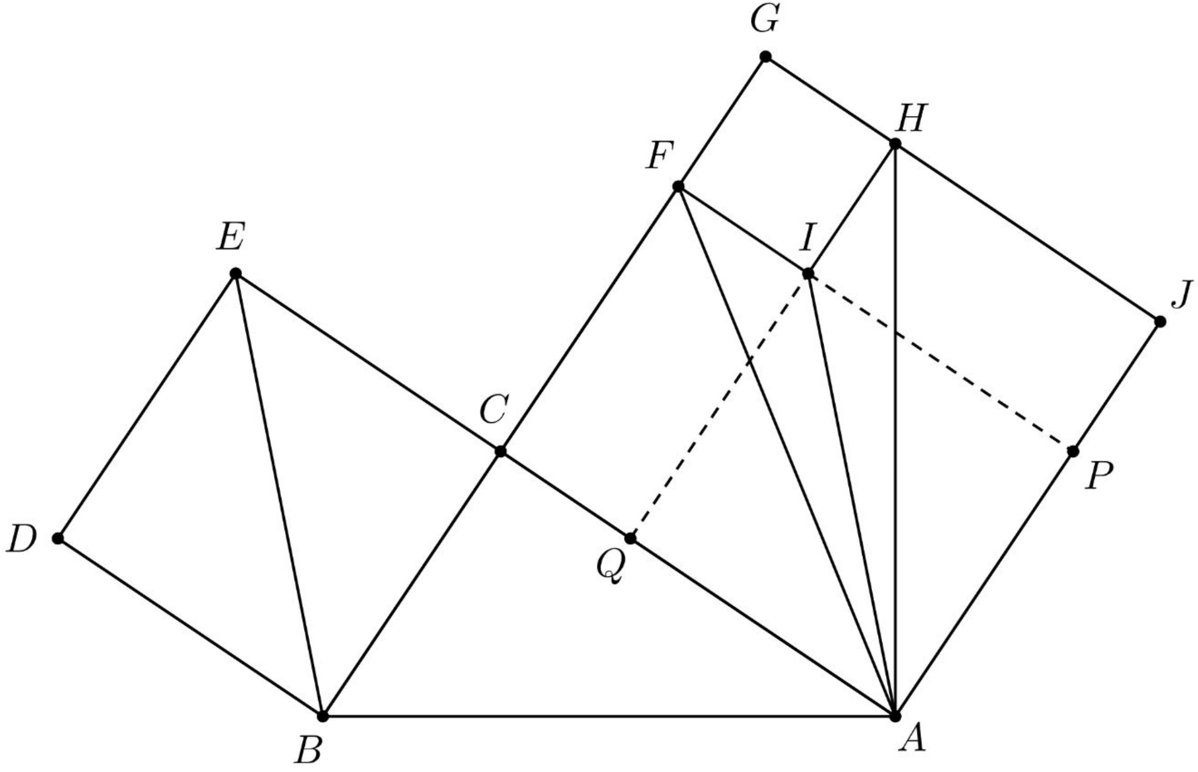
3. Formando más triángulos congruentes



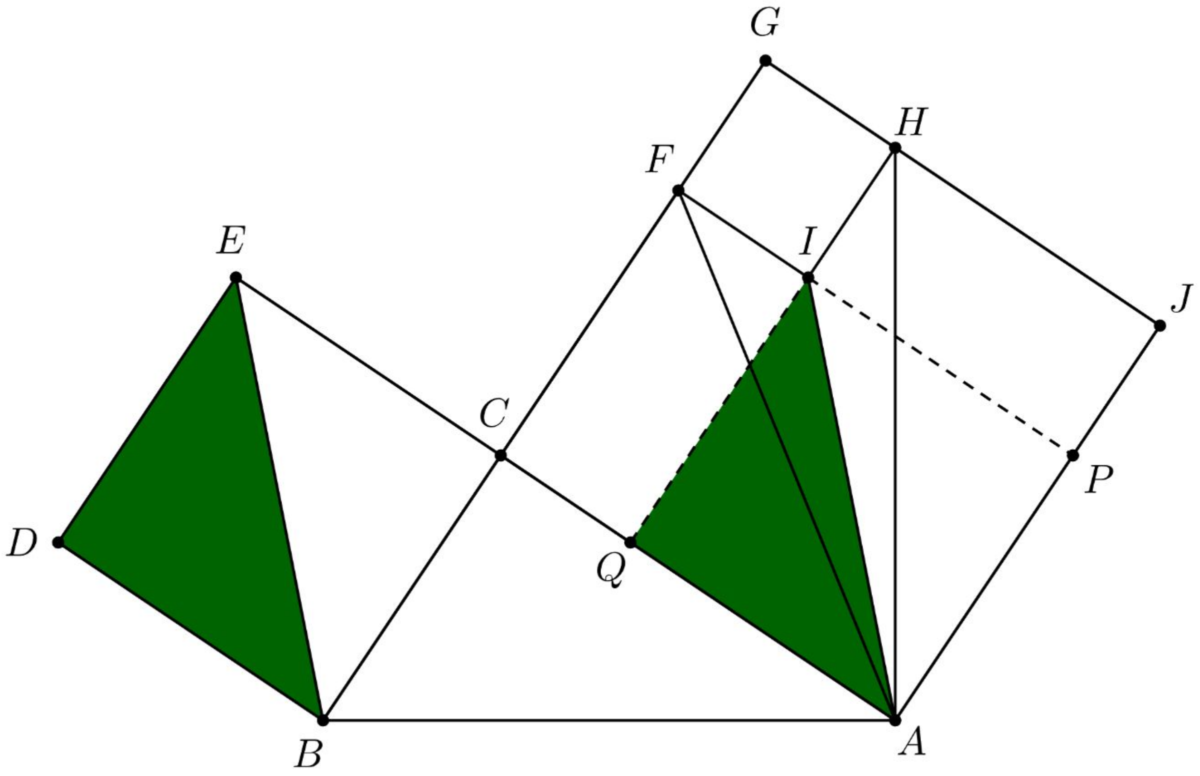
2. Explica por qué al yuxtaponer el triángulo BCE con el triángulo AIF se forma un triángulo congruente con el triángulo ACB.

$$APF \cong ACB$$

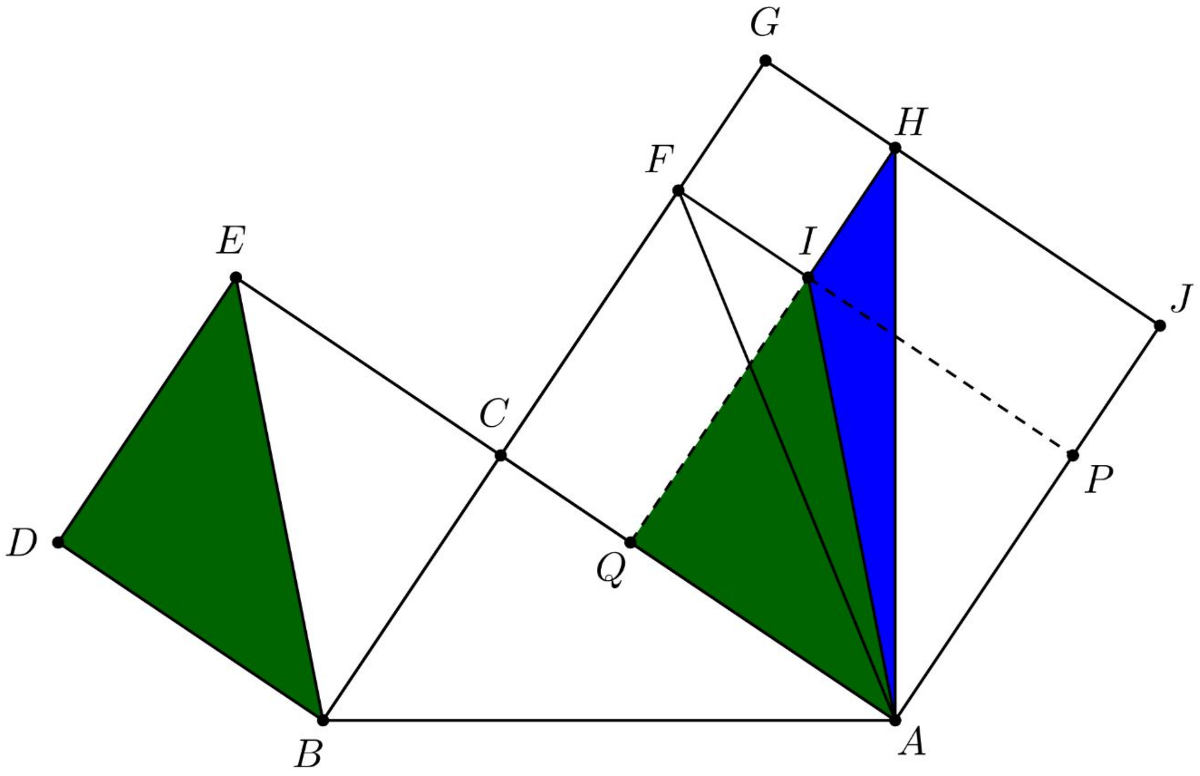
3. Formando más triángulos congruentes



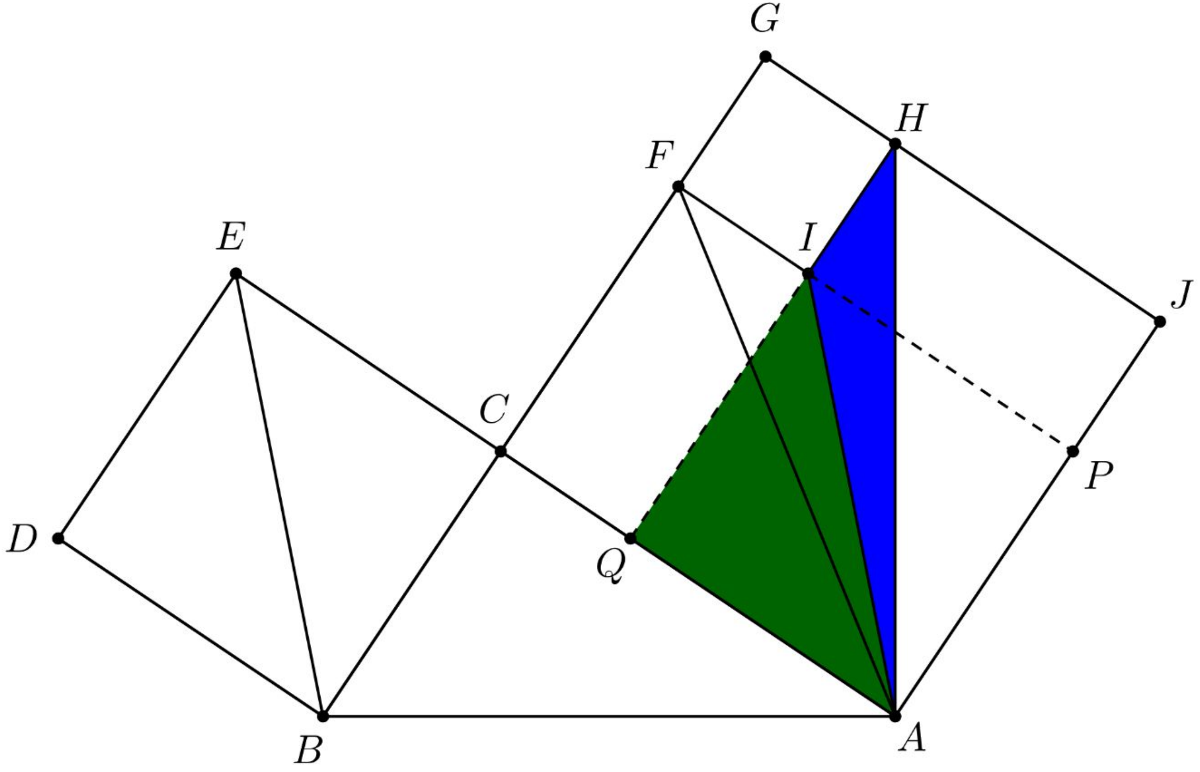
3. Formando más triángulos congruentes



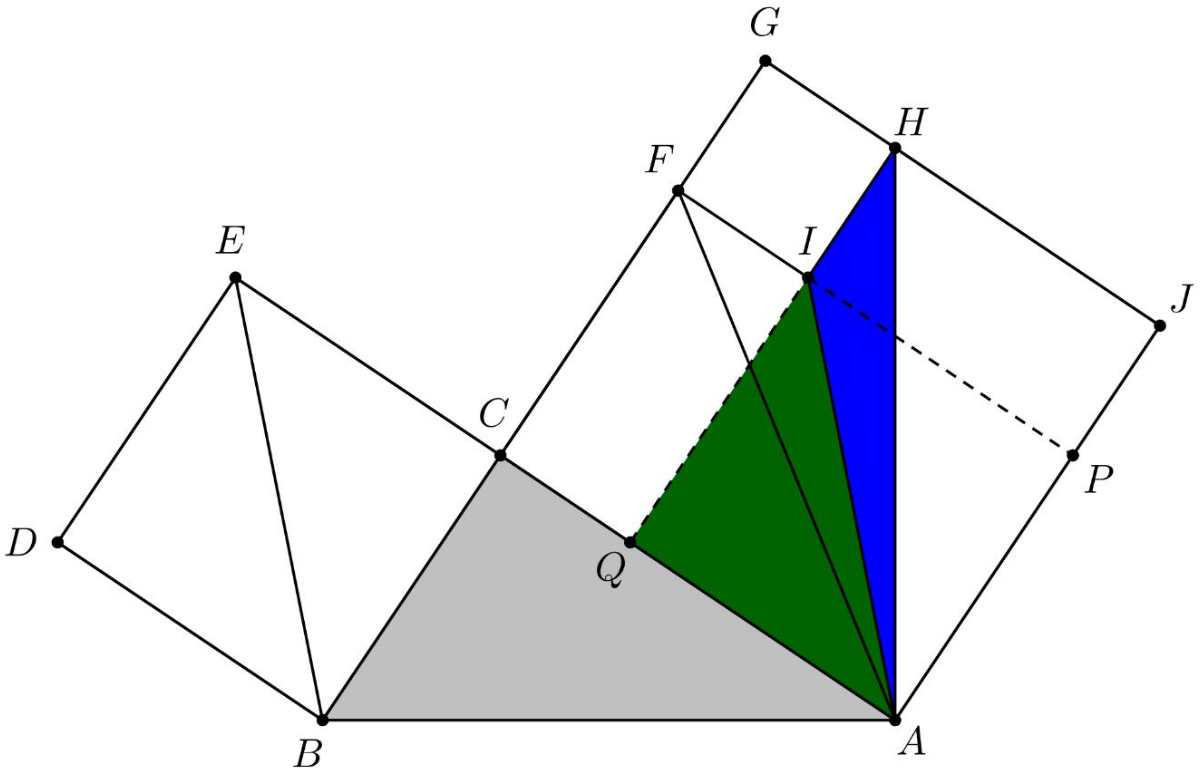
3. Formando más triángulos congruentes



3. Formando más triángulos congruentes

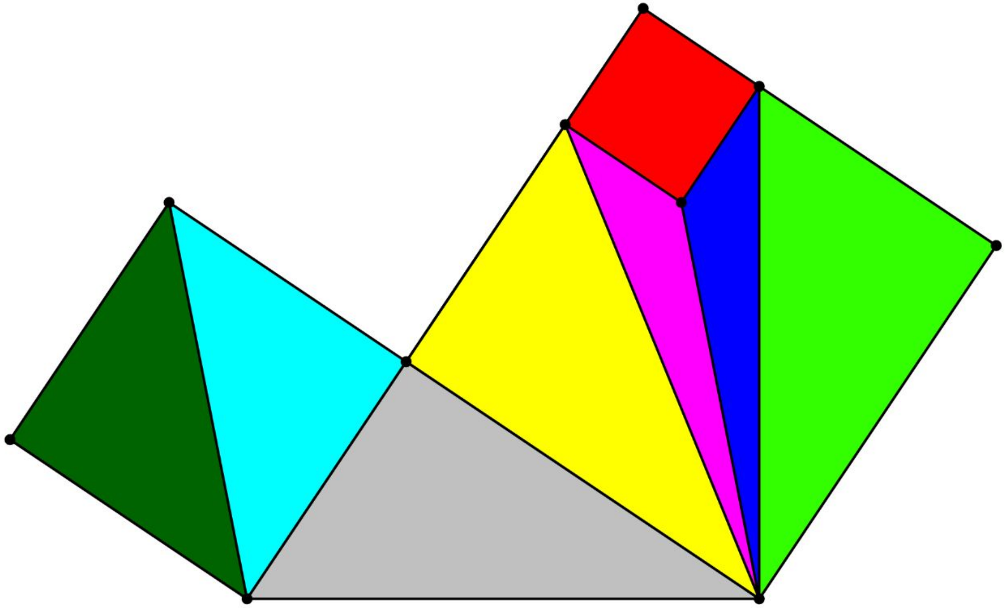


3. Formando más triángulos congruentes

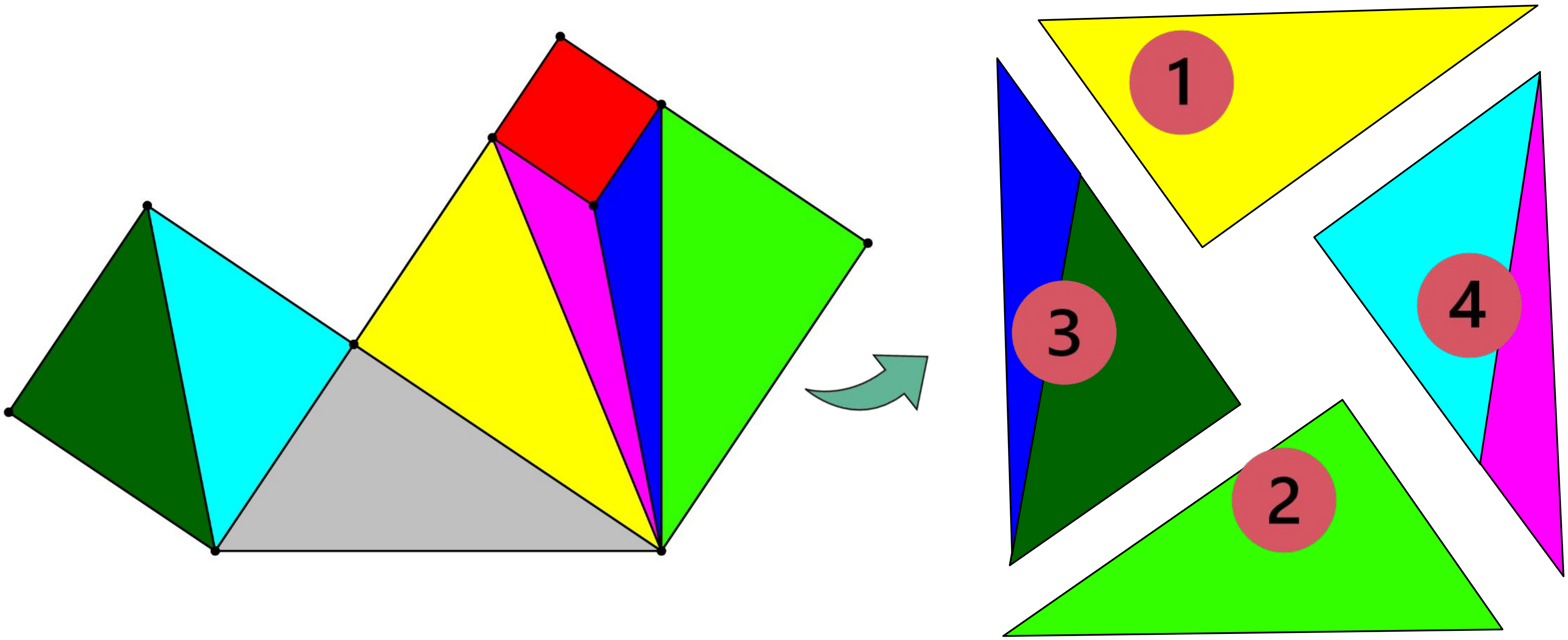


$$AHQ \cong ACB$$

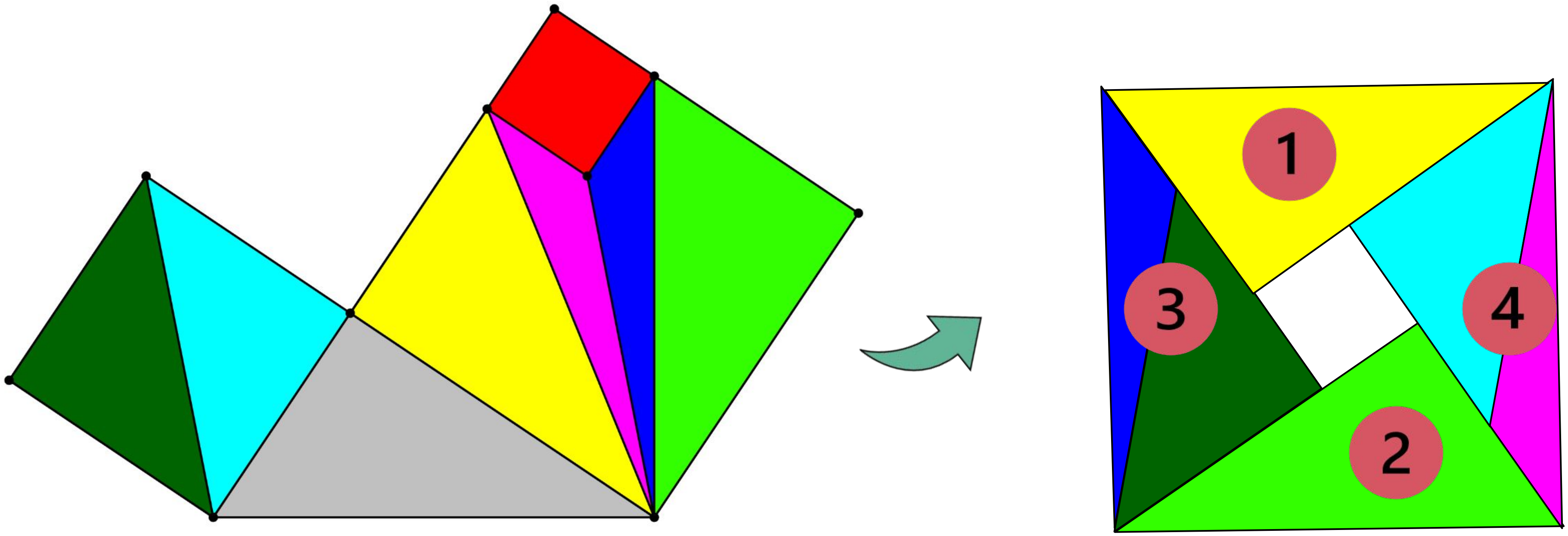
4. Juntando cuatro triángulos



4. Juntando cuatro triángulos

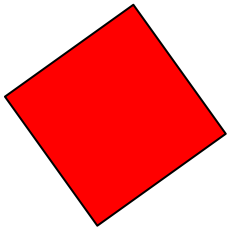


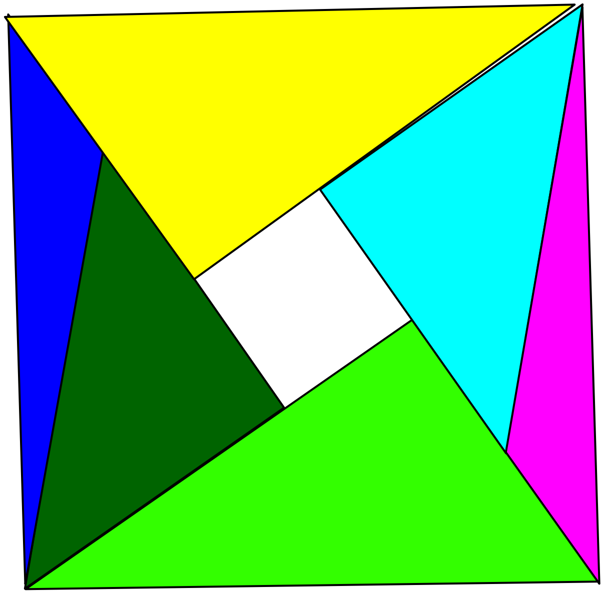
4. Juntando cuatro triángulos



5. Ubicando el cuadrado del centro

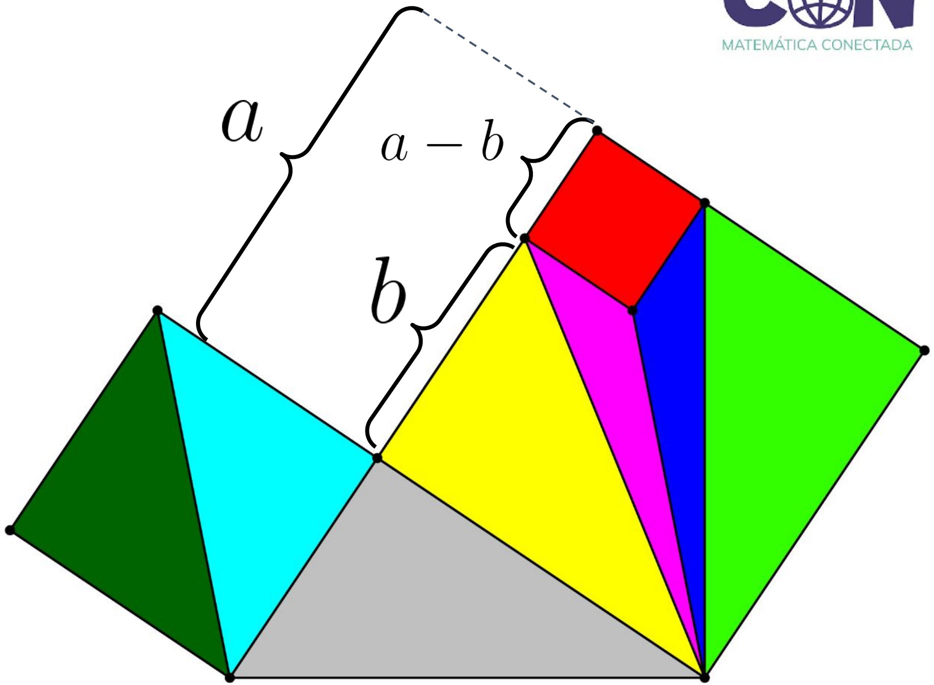
3. ¿Por qué el espacio que queda en el centro es congruente con el cuadrado HGFI?





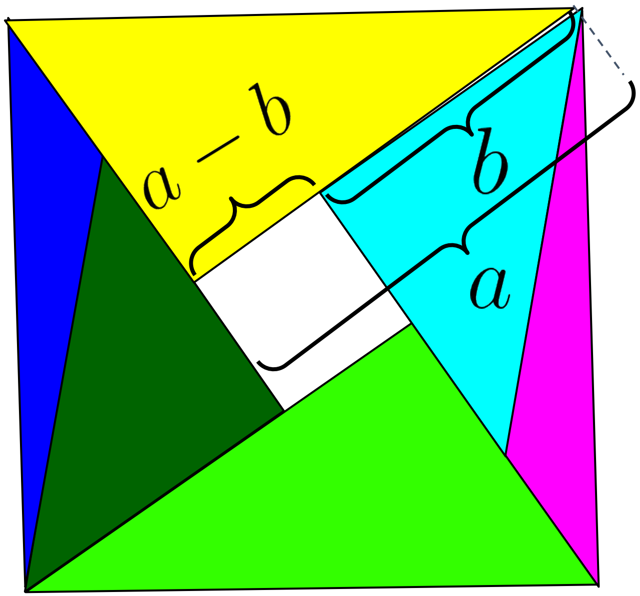
5. Ubicando el cuadrado del centro

3. **¿Por qué el espacio que queda en el centro es congruente con el cuadrado HGFI?**



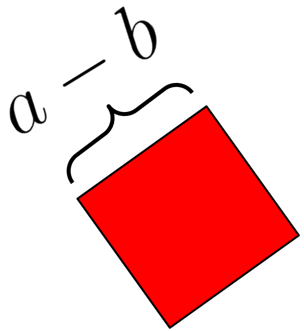
5. Ubicando el cuadrado del centro

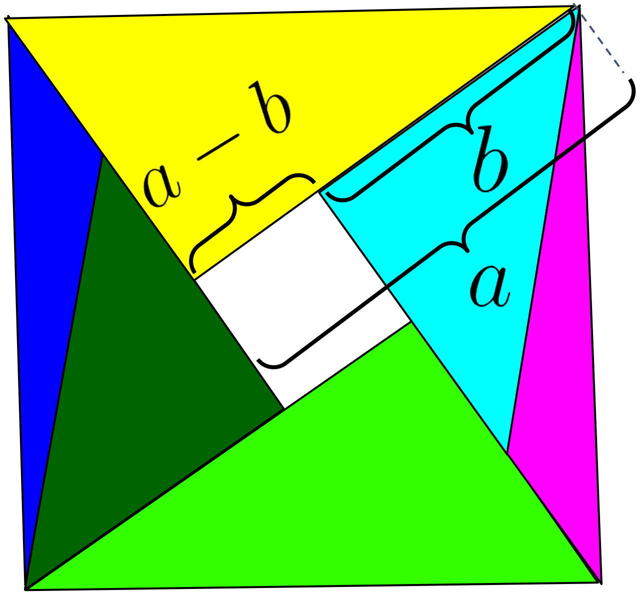
3. ¿Por qué el espacio que queda en el centro es congruente con el cuadrado HGFI?



5. Ubicando el cuadrado del centro

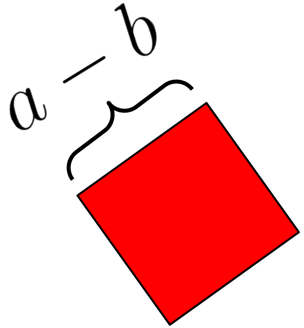
3. **¿Por qué el espacio que queda en el centro es congruente con el cuadrado HGFI?**

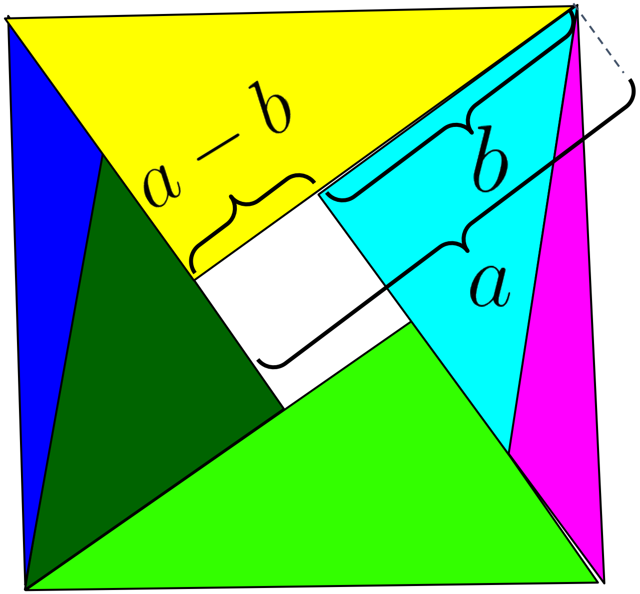




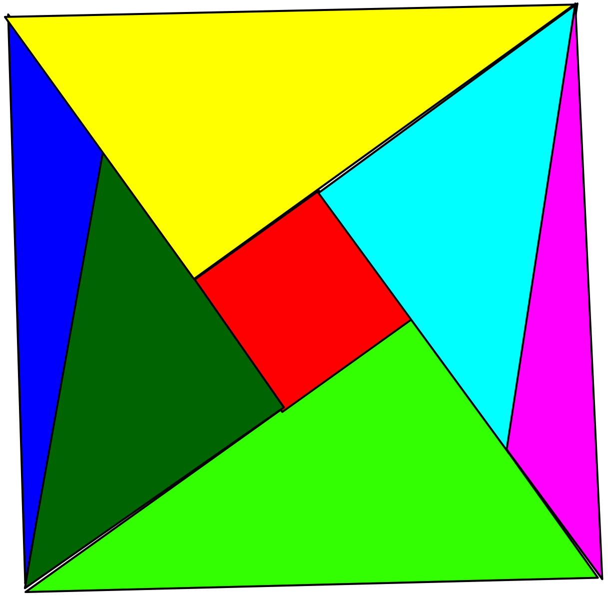
5. Ubicando el cuadrado del centro

3. ¿Por qué el espacio que queda en el centro es congruente con el cuadrado HGFI?

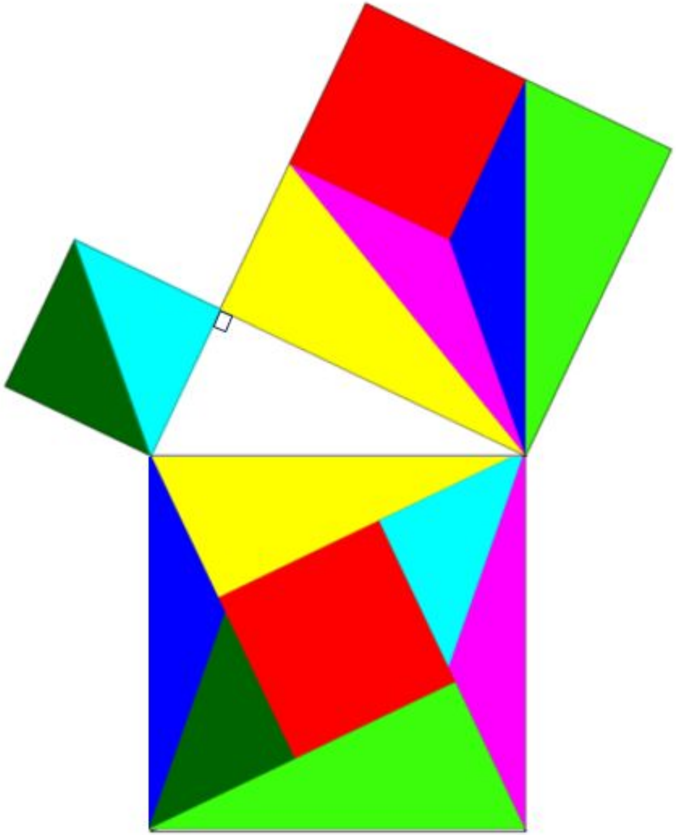




5. Ubicando el cuadrado del centro



Conclusión



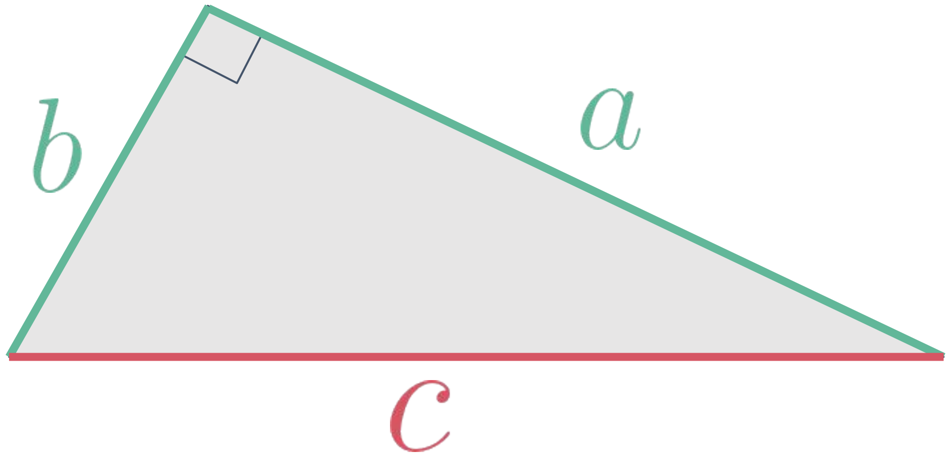
Conclusión

Como las transformaciones que hicimos preservan el área y dado que no hay espacios vacíos ni hay figuras traslapadas en el arreglo final, concluimos que:

- Las siete piezas del rompecabezas cubren perfectamente el cuadrado sobre la hipotenusa.
- Como estas piezas cubren también los cuadrados construidos sobre los catetos, se demuestra la conjetura y, por lo tanto, el teorema de Pitágoras.

Sistematización

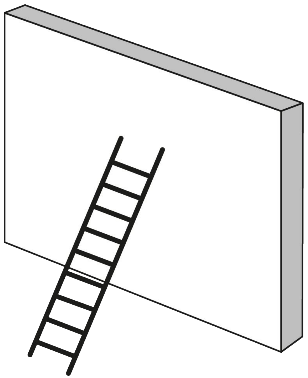
En un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide ***c*** y sus catetos miden ***a*** y ***b***, siempre se cumple que:

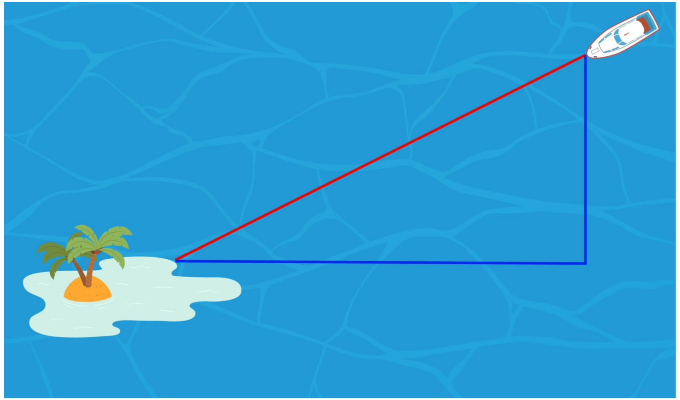


$$a^2+b^2=c^2$$

Sistematización

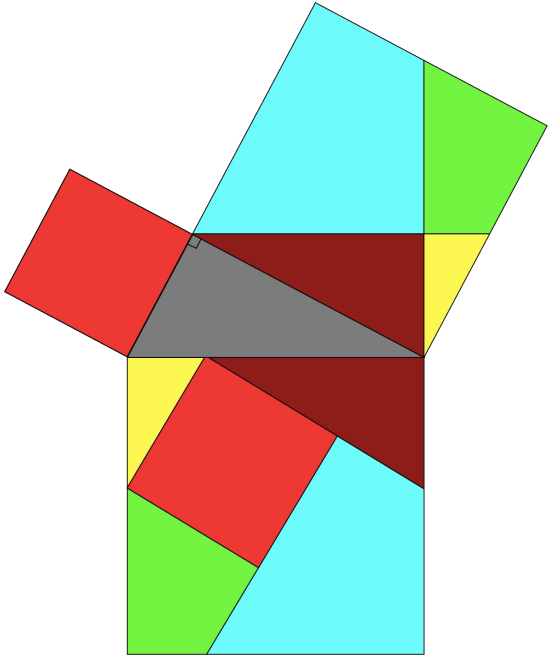
- El teorema de Pitágoras es relevante en matemáticas y geometría, ya que establece una relación entre los lados de un triángulo rectángulo, permitiendo calcular longitudes desconocidas para resolver diversos problemas geométricos y aplicaciones prácticas.





Sistematización

- Existen varias demostraciones visuales para comprobar la igualdad $c^2 = a^2 + b^2$, tales como:



Sistematización

- Existen varias demostraciones visuales para comprobar la igualdad $c^2 = a^2 + b^2$, tales como:

MAT CON

MATEMÁTICA CONECTADA

Descubriendo el teorema de Pitágoras

fcfm
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento Matemático

Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura
Cátedra UNESCO "Formación de Docentes para Enseñar Matemática en el Siglo XXI" Universidad de Chile

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA
Seamos Comunidad